Finanzas

para Principiantes



S. Simanovsky


UNIVERSIDAD DE
MILLONARIOS
VIRTUAL

Contenido

Capítulo 1- Capital e Interés



Capital e Interés (Introducción)

Capital
Cualquier cantidad de dinero, entregada como un préstamo o depositada a plazo fijo, se denomina “capital” o “importe del capital”. Todas las explicaciones y ejemplos en este capítulo se refieren a préstamos, pero también son validos para los depósitos.

Interés – Forma de pago del uso de Préstamos
La parte que utiliza el dinero, tiene la obligación de pagar por su uso. El precio sube a medida que el período durante el cual se toma el préstamo es más largo. El precio del préstamo es presentado en forma de un porcentaje determinado del capital.
Ejemplo: Ramírez recibió un préstamo por un año y debe pagar 8% del **capital**.
En vez de las palabras porcentaje del capital se acostumbra a usar en el mundo de las finanzas el término **interés**.
Decimos que: Ramírez recibió un préstamo por un año y debe pagar 8% de interés.

Comparación entre los Precios de los Productos y los Precios de los Préstamos
El precio de unos pantalones puede ser $20, $30 o $100. El precio de un préstamo por un año puede ser 5% de interés, 10% de interés o 12% de interés.

Para los Productos: La unidad de precio es $1. El precio en si es algún múltiplo de $1: por ejemplo, $20 (20 veces $1).

Para los Préstamos: La unidad de precio es 1%. El precio en si es algún múltiplo de 1%: por ejemplo, 12% (12 veces 1%).

El porcentaje de interés se refiere siempre a un préstamo por un período de un año, es decir que el interés está siempre expresado en términos anuales. Cuando recibimos un préstamo al **8% de interés**, el significado es que deberemos pagar 8% del capital al cabo de un año.

Si el préstamo es otorgado por medio año, deberemos pagar ½ de 8%, es decir: 4%.
Si el préstamo es otorgado por 1 mes, deberemos pagar 1/12 de 8%, es decir: 0,66%.
Si el préstamo es otorgado por un día, deberemos pagar 1/365 de 8%.

Tarifa

La palabra tasa es muy usada en los ramos de servicios.
Tarifa es un sinónimo del **precio** de una medida de pago aceptada.

Ejemplos:

1. En los talleres, una unidad de medida aceptada es una hora de trabajo.

   En lugar de decir que el precio de una hora de trabajo es de $100, decimos que la tarifa es de $100 por hora de trabajo. Si el trabajo en un taller se prolonga por dos horas y media, el precio será de $250.
2. En las Telefonías, la unidad de medida aceptada es un minuto de llamada.

   En lugar de decir que el precio de un minuto de llamada es de $0.20, decimos que la tarifa es de $0.20 por minuto de llamada. Si hemos hablado por diez minutos, el precio será de $2.
3. En los préstamos, la unidad de medida aceptada es un año.

   En lugar de decir que el precio por un préstamo de un año es el 8% de interés, decimos que la tarifa del préstamo es de 8% anual. En resumen decimos que la tarifa del préstamo es del 8%.

   Todos entienden que la tarifa se refiere a un **préstamo de un año**, y que el 8% es el 8% de interés. Si hemos recibido un préstamo por medio año, pagaremos solamente la mitad de 8%.

Diferencia entre Interés y el Importe del Interés

Existe mucha confusión en el público entre el **interés**, expresado en porcentaje, y el importe del interés, expresado en Dólares (o cualquier otra moneda). Frecuentemente escuchamos a las personas decir cosas como, “pague $100 de interés”.
Esta es una expresión incorrecta. Deberíamos decir “El importe que pague como interés fue de $100”.

Fecha de Pago del Interés

En préstamos de hasta un año, el interés se paga al fin del período del préstamo.
En préstamos a más de un año existen dos posibilidades:

1. El interés se paga al término de cada año.
2. El interés no se paga a fin de cada año, sino que el importe del interés se agrega desde esa fecha al capital, de tal manera que el interés en el siguiente año se refiere a un capital más grande.

Ejemplo:
Jorge tomó un préstamo de $1.000 a dos años con interés del 8% nominal. El período de tiempo “a dos años” indica cuándo debe devolver Jorge el importe del capital (al cabo de dos años a partir del día de recepción del préstamo).
Para el pago del interés, existen dos posibilidades:

1. Pago al final de cada año.
2. Pago al cabo de dos años.

Posibilidad No. 1:
En esta posibilidad, Jorge pagará $80 de interés al final de cada año. El segundo pago será agregado al pago del capital.

Posibilidad No. 2:
Jorge pagará $166.40 de interés al cabo de dos años. Este pago será agregado al pago del capital.

Trucos en el Método del Cálculo del Importe del Interés

Como veremos pronto, a lo largo de los años se han introducido métodos sofisticados para el cálculo del importe del interés, que "juegan" a favor de los prestamistas. Estos métodos "sofisticados" aumentan el importe del interés, a pesar de estar basados en la misma tarifa de interés nominal. Cada uno de estos métodos de cálculo tiene un nombre compuesto de dos palabras, en los cuales la primera palabra es "Interés".

A continuación examinaremos los cuatro métodos de cálculo aceptados, que son:

1. **El interés nominal (a veces también llamado interés tarifario).**
2. **El interés compuesto.**
3. **El interés ajustado.**
4. **El interés efectivo.**

Es posible que para algunos el párrafo anterior le parezca no suficientemente claro y con alguna medida de razón. Pero no se preocupe, todo será simple cuando expliquemos cada uno de los tipos de interés.

Interés Nominal

El interés nominal es el interés básico y el más simple de calcular. El interés nominal estipula el precio que debemos pagar por un préstamo que se toma por un año, y el importe del interés se paga al cabo de ese año.

El significado de 8% de interés nominal es que si recibimos un préstamo de un importe cualquiera, por ejemplo $10.000, debemos pagar al cabo de ese año 8% del capital, es decir: $800.

Si el préstamo se otorga por un período más corto, pagaremos un interés proporcional al período.

Cada uno de los métodos de cálculo que siguen, (interés compuesto, interés ajustado e interés efectivo) se basa en un interés nominal determinado, que se estipula a su lado.

Interés Compuesto

El término “interés compuesto” expresa el hecho de que a lo largo del período del préstamo, en la práctica no se paga el interés al cabo del año (o en cualquier otra fecha que se estipule para el pago del interés). El interés se suma al capital, y desde ese momento el interés se calcula sobre el capital actualizado.

Esto también se puede explicar de la siguiente manera: nosotros devolvemos al término del año el capital más el interés, y recibimos inmediatamente un préstamo adicional de una suma igual al importe que devolvimos (que incluye: capital + interés).

Cuando se refiere al interés compuesto, siempre especificamos algún interés nominal en conjunto, el cual es utilizado como una base para el cálculo del interés compuesto.

Ejemplo:
Ramírez recibió un préstamo de $10,000 por tres años, a una tasa nominal de 8%. El capital y el interés se pagarán al término del período. ¿Qué suma de dinero deberá devolver Miguel al cabo de los tres años?
La solución es $14,693. Las etapas del cálculo son detalladas en la siguiente ilustración.

Tabla 1.1

	Suma del capital actualizada al principio de año	Monto del interés por año	Suma del capital actualizada al final de año
Año 1	$10,000 Total: 10,000 USD	800 (10,000 * 8%)	800 $10,000 Total: 10,800 USD
Año 2	800 $10,000 Total: 10,800 USD	864 (10,800 * 8%)	864 $10,000 800 Total: 11,664 USD
Año 3	864 $10,000 800 Total: 11,664 USD	933 (11,664 * 8%)	933 864 $10,000 800 Total: 12,597 USD

Interés Ajustado

El **interés ajustado** es uno de los métodos “sofisticados” creado por los prestamistas.
El **interés ajustado** se basa en una tasa de interés nominal determinado, por ejemplo: interés nominal de 12%, acompañado de una forma “sofisticada” de capitalización de intereses, que explicaremos por medio de un ejemplo.
Juan recibió un préstamo de $10,000 a una tasa nominal de 12%, a la que se adicionan las siguientes condiciones:

- Cada 3 meses (trimestre) se calculará el importe del interés en ese período.
- El interés trimestral es 3% (12% X ¼ = 3%).
- El importe del interés luego del primer trimestre es $300 (3% de $10,000).
- El importe del interés trimestral no va a pagarse de hecho, sino que se va a incorporar al capital a partir de ese momento. De ahí en adelante, el importe del capital actualizado es igual a $10,300.

En el segundo trimestre se calcula de nuevo el importe del interés en el trimestre, y éste es ahora $309 (= 3% X 10,300). Al término del trimestre, el importe del interés - $309 - se incorpora al capital, cuyo importe actualizado es $10,609. Al final de cada trimestre, la cantidad de interés acumulado para ese trimestre se suma a la cantidad del capital.

El valor del capital es de la siguiente manera:

$10,000	$10,300	$10,609	$10,927	$11,255
$300 En interés	$309 En interés	$318 En interés	$328 En interés	
1er. Trimestre	2do. Trimestre	3er. Trimestre	4to. Trimestre	

Es evidente que el **interés ajustado** se calcula en el formato del interés compuesto. En lugar de una vez por año, es calculado al cabo de períodos más. En nuestro ejemplo, el interés ajustado es calculado como interés compuesto con capitalización. Si calculásemos todos los meses el importe del interés, diríamos que el **interés ajustado** es calculado en forma mensual.

En nuestro ejemplo, el importe del interés es de $1,255 y el porcentaje del interés ajustado es del 12.55% (=1,255/10,000).

El interés ajustado demuestra el interés que realmente debemos pagar por el préstamo.

Si, por ejemplo, recibimos un préstamo por un año y según el banco el interés ajustado (calculado en forma trimestral) que debemos pagar por ella es 13%, esto significa que: al cabo de un año devolveremos $11,300 ($10,000 en concepto de capital + $1,300 en concepto de intereses).

Comparación de los Resultados del Interés Nominal y el Interés Ajustado

El **interés ajustado** estipula el interés que nosotros pagamos de hecho por el préstamo.
El **interés ajustado** siempre es más alto que el interés nominal en base al cual fue calculado.

Ejemplos:
José, Benjamín y Roberto son primos. Cada uno de ellos recibió un préstamo de $1,000 a devolver en un año, cuyo interés nominal es 12%. Cada uno de los préstamos tiene un formato distinto.

- **José** recibió un préstamo en un formato de **interés nominal.**
- **Benjamín** recibió un préstamo en formato de **interés ajustado con capitalización trimestral** (es decir, el interés se incorpora al capital cada tres meses).
- **Roberto** recibió un préstamo en formato de **interés ajustado con capitalización mensual** (es decir, el interés se incorpora al capital cada mes).

Los importes que ellos deberán pagar al banco al cabo de un año son los siguientes:

- **José**: $1,120 (Capital $1,000 + interés $120). El interés, en un importe total de $120, equivale al 12% del capital cuyo importe es $1,000.
- **Benjamin**: $1.125 (Capital $1.000 + interés $125.50). El interés, en un importe total de $125.50, equivale al 12.55% del capital cuyo importe es $1,000.
- **Roberto**: $1,127 (Capital $1,000 + interés $127). El interés, en un importe total de $127, equivale al 12.7% del capital cuyo importe es $1,000.

Cuanto más cortos es el períodos en base al cuales se calcula el interés ajustado, el importe del interés va a ser más grande.

Obviamente, el interés ajustado calculado en una base anual es igual al **interés nominal**.

Terminología Profesional
Con el propósito de que podamos distinguir las diferencias entre los tres préstamos que recibieron los primos, debemos conocer los términos correspondientes.

Préstamo de José
José recibió un préstamo con **interés nominal** del 12% (calculado anualmente).

Préstamo de Benjamín
Benjamín recibió un préstamo con **interés ajustado (calculado trimestralmente)** que totaliza 12.55%. El interés ajustado está basado en un interés nominal de 12%.

Prestamos de Roberto
Roberto recibió un préstamo con **interés ajustado (calculado mensualmente)** que totaliza 12.7%. El interés ajustado está basado en un interés nominal de 12%.

Las Regulaciones Legales para Información de los Prestatarios
De acuerdo con la Ley, cuando recibimos un préstamo, quien otorga el préstamo debe informarnos de dos datos:

1. La tarifa de interés ajustado del préstamo.
2. La tarifa de interés nominal del préstamo.

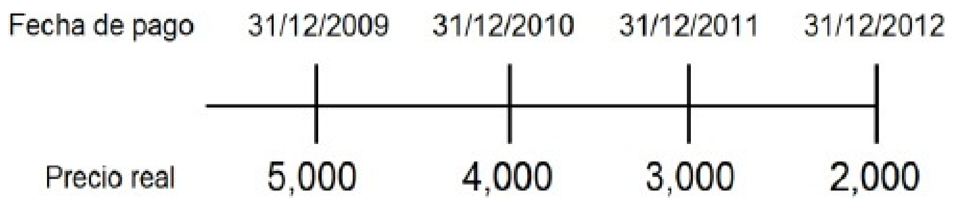
Interés Efectivo (= Interés Verdadero)

El interés efectivo expresa el precio total del préstamo y es denominado en términos de interés (porcentaje del capital).
La tarifa de interés efectivo toma en cuenta todos **los gastos adicionales o derivados** en relación al préstamo. Los gastos comunes son los siguientes:

Tabla 1.1

Tipo de Gasto	(El porcentaje y cantidades son solamente ejemplos)	
Cobro de colocación del crédito	5% del capital	(Los porcentajes son considerablemente más altos que lo normal para propósitos del ejemplo)
Gastos en timbres/sellos	1% del capital	(Los porcentajes son considerablemente más altos que lo normal para propósitos del ejemplo)
Tarifa de apertura de archivo	$100	
Seguro	$300	
Pago por marco del crédito	$6 por trimestre	

La fecha en la cual debemos pagar los cobros también afecta el "**precio real**". Mientras más temprana es la fecha de pago (por ejemplo, en casos en los que los cobros se pagan por adelantado), mas alto es el "precio real".



Clasificación de los Gastos Derivados

Los gastos derivados se pueden dividir en dos grupos:

1. **Gastos Derivados Estipulados como un Porcentaje del Capital**. En el ejemplo anterior, estos son el cobro de colocación del crédito y los gastos en timbres/sellos. De ahora en adelante, los gastos en este grupo serán denominados los **gastos estipulados en el porcentaje**, o para resumir, **gastos porcentuales**.
2. **Gastos Derivados Fijos**. Estos son gastos estipuladas en moneda, y cuyo importe no está relacionado con el volumen del préstamo. Como ejemplo: Pago por apertura de archivo, seguro, y pago por uso de marco de crédito.

Gastos Estipulados en el Porcentaje
En esta sección, examinaremos los gastos derivados bajo la suposición que ellos incluyen solo los gastos estipulados en el porcentaje (en términos anuales). Según la práctica usual en la que, si el préstamo se calcula en un formato de interés ajustado, los **gastos estipulados en el porcentaje** son también calculados según el mismo formato.

Si por ejemplo; recibimos un préstamo de un total de $10.000 con interés nominal de 12% calculado en un formato de interés ajustado en forma mensual y el total de las **gastos porcentuales** es del 6% (cobro de colocación del crédito + gastos en timbres), entonces al término del primer mes el capital aumentó en $150 y totalizó $10.150. El aumento se debe a dos componentes:

1. **Interés:**	Suma	**$100** (1% de $10,000).
2. **Gastos Porcentuales:**	Suman	**$50** (0.5% de $10,000).
	Total:	**$150**

Al cabo del segundo mes, el capital aumenta nuevamente y esta vez en $152.25; en concepto de los mismos componentes:

1. **Interés:** Suma **$101.50** (1% de $10,150)
2. **Gastos Porcentuales:** Suman **$50.75** (0.5% de $10,150).

Total: $152.25

Cada mes, la cantidad sumada al capital aumenta.

También podemos obtener el mismo resultado por medio del uso de siguiente cálculo que es más corto:

Se suman los porcentajes del interés nominal del préstamo (12%) y el interés nominal de los elementos de los **gastos porcentuales** (estipulados como porcentaje) (6%), y el resultado de la operación es 18%.

El resultado que hemos obtenido (18%) es denominado el **interés nominal efectivo**.

El cálculo del interés ajustado (en forma mensual), que se efectúa en base al **interés nominal efectivo**, nos va a revelar el **interés efectivo del préstamo**.

En el ejemplo que hemos presentado, el interés efectivo anual del préstamo es 19.56%.

Ejemplos del Cálculo del Interés Efectivo

Los ejemplos se refieren sólo a casos en los que los gastos adicionales son porcentuales.

Ejemplo 1:
Roberto recibió un préstamo de un total de $10,000 por un período de un año, con interés nominal de 12%, es decir que el interés ajustado es idéntico al interés nominal (el pago del interés se realiza al término del año).
Además, Roberto debe pagar el cobro de colocación del crédito de 2%. En este ejemplo, el interés nominal es 12% y el interés efectivo – 14% (= 12%+2%). Al término del año, Roberto pagará $11,400: el capital de $10,000, $1,200 de interés y $200 en concepto de pago por asignación de crédito.

Ejemplo 2:
Diego recibe un préstamo de $10,000 a pagar en un año, al interés nominal de 12%. El interés es calculado como interés ajustado en forma mensual.
Además, Diego tiene que pagar comisión por colocación de crédito, de 2%.

En este ejemplo:	El interés **nominal** es 12%
	El interés **ajustado** es 12.68%
	El interés **efectivo** es 14.84% (el método del cálculo se explica a continuación)

El cálculo del interés efectivo se realizará en dos pasos, de la siguiente manera:

Paso 1 – Cálculo del **interés de facto** = en este ejemplo es 14% (= 12%+2%).

Paso 2 – Cálculo del interés ajustado en base al **interés de facto** (14%).

Realizaremos el cálculo en la tabla 1.2
Tabla 1.2

Periodo	Suma del Capital al Principio del Periodo	Interés de facto (mensual)	Importe del Interés de facto
(1)	(2)	(3)	(4) = (2) x (3)
1er mes	$10,000	1.16% (=14% x $^1/_{12}$)	$116
2do mes	$10,116	1.16% (=14% x $^1/_{12}$)	$117
3er mes	$10,233	1.16% (=14% x $^1/_{12}$)	$119

Y así sucesivamente para el resto de los meses del año.
Comentarios:

a. El interés al cabo de cada mes (columna 4) no se paga de hecho, sino que se incorpora al capital al comienzo del mes subsiguiente (columna 2).

b. En la columna 3, la multiplicación del interés (14%) por ($^1/_{12}$) se debe a que el cálculo se refiere a un mes (de un total de 12 meses).

Calculo del Interés Efectivo cuando los Gastos Derivados también son Estipulados en Moneda

Cuando al costo neto del préstamo se agregan gastos / gastos expresados en moneda, no es siempre sencillo traducir esos gastos a un porcentaje determinado del capital y expresar el interés efectivo en porcentajes.

Por esta razón y según la Ley, el prestamista está obligado a informarnos del nivel del interés ajustado reflejado en la transacción, pero no el nivel del interés efectivo. Debemos calcularlo por nuestra cuenta.

Interés Real

Introducción

Para comprender el significado del interés real se debe entender primero el significado de los siguientes términos: **inflación**, **índice de precios** e **Índice de Precios al Consumidor**.

Inflación

La palabra inflación es un sinónimo de la expresión **alza constante de precios**. En períodos en los cuales se registra alza de precios, el dinero pierde de su poder adquisitivo, como se muestra a continuación:
Si en la fecha A (al comienzo de un período de tiempo) podíamos comprar 100 flores (claveles) con $100 (cada flor por $1). En la fecha B (el final del periodo) no necesariamente podremos comprar 100 flores por $100. Si el precio de las flores sube en un 30% entre la fecha A y la fecha B, el precio de una flor subirá a $1.30 y podremos comprar solamente 77 flores. Esto significa que el poder adquisitivo de $100 se ha erosionado (depreciado).

El poder adquisitivo del dinero siempre se erosiona en un periodo de precios al alza (inflación). La inflación es, de hecho, una especie de impuesto a aquellos que tienen dinero.

Índice de Precios

Un índice es un método o técnica por medio de la cual se puede seguir la evolución del precio de un producto (o **canasta de productos**).

Para propósitos de monitoreo, se revisa periódicamente el precio del producto (cada revisación se denomina “observación”). Por propósitos del índice, el precio obtenido de la primera observación se convierte en 100 puntos (o 100%) y los precios de las siguientes observaciones son mayores o menores que 100, dependiendo en el alza o baja del precio obtenido en dichas observaciones, comparado con el precio obtenido en la primera observación.

Por Ejemplo, si examinamos el precio del pan una vez cada mes y si, una vez transcurridos 5 meses a partir de la primera observación, el precio del pan se encareció en 5%, entonces el índice de ese mes va a ser igual a 105 puntos.

Si el precio sube un 30%, el valor del índice va a ser 130 puntos.

Si el precio baja un 5%, el valor del índice va a ser 95 puntos.
Se presentará otra explicación y ejemplos adicionales en la siguiente sección.

El Índice de Precios al Consumidor (IPC)

El Índice de Precios al Consumidor registra los cambios en el precio de una determinada **canasta de productos**. El Instituto Nacional de Estadística determino la composición de esta canasta a la cual se le denomina "**La Canasta Básica**".
"**La Canasta Básica**" incluye varios cientos de productos que una familia promedio en el país consume durante un mes. Los precios de todos los productos en la canasta no suben en la misma medida. Algunos de ellos incluso bajan.

Asuma que empezamos a monitorear "**La Canasta Básica**" en enero del 2007 (la primer observación) y su precio para ese mes fue de $250 (no es una cantidad real). El índice en ese mes será de 100 puntos.

En los dos meses siguientes los precios de la canasta fueron de $260 y $265, como se muestra en la columna 2 de la tabla siguiente y el Índice de Precios al Consumidor se verá de la siguiente manera:

Tabla 1.3

Desarrollo del Índice de Precios al Consumidor (solamente como ejemplo)

Mes	Precio de la Canasta (los Precios no son Reales)	Índice (Puntos)	Aumento Mensual de los Precios	Aumento Acumulado
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1/2007	$250	100		
2/2007	$260	104	4%	4% - comparado con la primer observación
3/2007	$265	106	2%	6% - comparado con la primer observación

En la práctica, el Instituto Nacional de Estadística publica solamente las cantidades en las columnas (1), (3) y (4).

Interés Real – su Significado en Ejemplos

Para los efectos de las explicaciones que siguen, vamos a adoptar el punto de vista de los prestamistas (el lado fuerte).

Interés real es un término que se utiliza para calcular la tasa de crecimiento en el **poder adquisitivo** que nos rinde el préstamo después que el prestatario ha pagado su deuda: interés y capital.

Ejemplos Adicionales:
Hemos dado a Roberto un préstamo de $1,000 por un año al principio del año (fecha A) con un 12% de interés nominal.

Al final del año, recibiremos $1,120 de Roberto ($1,000 por el capital + $120 por el interés).

Analizaremos el poder adquisitivo agregado que hemos obtenido en tres escenarios distintos de cambios en el Índice de Precios al Consumidor durante el periodo.

Escenario 1 – El IPC no registró cambios (inflación de 0%).

Escenario 2 – El IPC subió un 5%.

Escenario 3 - El IPC subió un 20%.

El cálculo será acompañado de un ejemplo relacionado a los claves, los cuales cuestan $1 cada uno en la fecha A. El precio de los claveles en la fecha B cambia en relación con el cambio en el IPC.

En la fecha A, tenemos la oportunidad de comprar 1,000 claveles con la cantidad que le prestamos a Roberto ($1,000).

En el marco de la tabla a continuación, calculamos cuantos claveles podemos comprar en la fecha B en cada uno de los tres escenarios.

Tabla 1.4

	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
	0% inflación	**5% inflación**	**20% inflación**
Situación en la fecha A:			
Valor del capital	$1,000	$1,000	$1,000
Precio de los claveles	$1	$1	$1
Cantidad de claveles que hubiésemos podido comprar	1,000 claveles	1,000 claveles	1,000 claveles
Situación en la fecha B:			
Valor del capital + interés	$1,120	$1,120	$1,120
Precio de los claveles	$1	$1.05	$1.20
Cantidad de claveles que hubiésemos podido comprar	1,120 claveles	1,067 claveles	933 claveles
Cambio en el numero de claveles entre la fecha A y la fecha B.	0	67	67 menos
Incremento o Reducción de claveles (incremento o reducción real del poder adquisitivo)	12%	6.7%	-6.7%
Comentario	Mejora del 12%	Nuestra situación mejora, pero solo un 6.7%	Nuestra situación empeora un 6.7%

Calendario de Pagos

Un calendario de pagos es una tabla que detalla cómo nosotros debemos pagar o devolver un préstamo que recibimos. La tabla establece el número de pagos que debemos realizar, sus fechas, y la suma a pagar en cada fecha. Además, la tabla detalla qué parte de cada pago está destinada a la devolución del capital y cuál está dedicada al pago del interés. En el ejemplo siguiente presentaremos un calendario de pagos en el cual todos los pagos son idénticos.

Ejemplo:
Recibimos del banco un préstamo de $100,000 a un 10% de interés anual, que va a ser devuelto en cinco pagos iguales al término de cada año. El empleado del banco nos calculó el calendario de pagos del préstamo (Tabla 1.5). Debemos pagar cada año $26,380 (columna 4).

Tabla 1.5

Año	Importe del Capital al Principio del Año	Importe del Interés Anual	Importe del Pago Anual	Compuesto de:		Importe del Capital después del Pago Anual
		(Pagado al Final del Año)	(Pagado al Final del Año)	Pago del Interés	Devolución del Capital	(Saldo del Capital)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	100,000	10,000	26,380	10,000	16,380	83,620
2	83,620	8,362	26,380	8,362	18,018	65,602
3	65,602	6,560	26,380	6,560	19,820	45,782
4	45,782	4,578	26,380	4,578	21,802	23,980
5	23,980	2,398	26,380	2,398	23,982	-2

Como se Lee el Calendario de Pagos

Veremos la primera línea. Al principio del año, el capital es de $100,000 (columna 2).

- El importe del interés anual para el primer año es de $10,000 (10% del capital restante) (columna 3).
- El importe total del pago anual es de $26,380 (columna 4) del cual

$10,000 son del pago del interés (columnas 3 y 5) y los $16,380 restantes (columna 6) son de la devolución del capital.

- El pago de $16,380 reduce el capital al final del primer año a $83,620.
- El importe pagado anualmente es de $26,380 (columna 4).

La explicación para la segunda línea es la misma que para la primera, excepto que el saldo del capital al principio del año es de $83,620 y el importe del interés anual pagado sobre el saldo del capital es de $8,362.

Un calendario de pagos en el cual los pagos anuales son iguales se llama **Tabla de Shpitzer**, en honor a su creador.

Las **Tablas de Shpitzer** son usadas frecuentemente para las hipotecas.

Comentarios:

1. Las sumas en la tabla han sido redondeadas hacia arriba para llegar a numeros redondos, y por lo tanto el saldo a fin del quinto año es –$2 (el Banco nos cobró $2 de más). Si las sumas no hubieran sido redondeadas, el saldo final sería exactamente 0.
2. En este libro Ud. no va a aprender como el empleado del banco calculó los importes del pago anual en la **Tabla de Shpitzer**. Pero le vamos a aclarar que ese empleado tiene un cuadernillo por medio del cual, de acuerdo a las condiciones del préstamo, él llena los datos del calendario de pagos.

Preguntas de Verdadero/Falso – el Capital y el Interés

Señale cuales de los siguientes enunciados son verdaderos o falsos:

1. El interés es el "precio" que pagan los prestatarios (las personas que reciben un préstamo) a cambio de la posibilidad de utilizar el dinero que el préstamo pone a su disposición. **verdadero/falso**
2. La suma del préstamo se denomina "capital". **verdadero/falso**
3. El interés nominal es un sinónimo del término interés ajustado. **verdadero/falso**
4. El interés nominal es el interés básico y el más simple de calcular. **verdadero/falso**
5. El termino interés nominal se refiere al interés por un año. **verdadero/falso**
6. El termino interés ajustado se refiere al interés por un año. **verdadero/falso**
7. El interés nominal se usa como la base para el cálculo del interés ajustado. **verdadero/falso**
8. El interés ajustado se calcula por medio del método de interés compuesto. **verdadero/falso**
9. La tarifa de interés efectivo es una tarifa de interés fija determinada por el Banco Nacional. **verdadero/falso**
10. Mientras más corto es el periodo en el cual se basa la tarifa del interés ajustado más alta es la tarifa del interés ajustado. **verdadero/falso**
11. La tarifa de interés ajustado calculada anualmente es igual a la tarifa de interés nominal. **verdadero/falso**
12. La tarifa de interés ajustado calculada cada dos años es igual a la tarifa de interés ajustado calculada mensualmente. **verdadero/falso**
13. La tarifa de interés ajustado calculada mensualmente es más baja que la tarifa de interés ajustado calculada a diario. **verdadero/falso**
14. La tarifa de interés ajustado calculada trimestralmente es mayor que la tarifa de interés ajustado calculada mensualmente. **verdadero/falso**
15. En el cálculo del interés compuesto mensualmente, el capital sobre el

cual se calcula el interés cada mes es actualizado cada mes e incluye el interés acumulado de los meses anteriores. **verdadero/falso**

16. Un prestamista que no informa al prestatario del nivel del interés ajustado está violando la ley. **verdadero/falso**

17. Diego recibió un préstamo de $10,000 por un año del banco. La tarifa de interés nominal sobre el préstamo es del 9.5% y la tarifa de interés ajustado es del 10%. El importe del interés que Diego pagará al final del año es de $1,000. **verdadero/falso**

Preguntas del Cálculo del Interés

Pregunta 1

Ud. recibió un préstamo del Banco por $10,000 a pagar en un año. El préstamo fue otorgado al interés tarifario del 12%, ajustado en base mensual. Según el empleado del Banco, el interés ajustado sobre el préstamo es de 12.86% (asuma que él no se equivoca).

A. ¿Cuál es el importe del interés que Ud. va a pagar a fin de año?

B. Si aparte del interés, Ud. debe pagar 2% de cobro por colocación del crédito pagadero a fin de año (y no ajustado), ¿cuál es el importe del gasto (interés más comisiones) que Ud. pagará a fin de año?

C. ¿Cuál es el interés efectivo del préstamo en este caso?

1. 12.86%.
2. 14.86%.
3. Mayor que 14.86%.

D. Si la comisión fuese ajustada mensualmente, entonces el interés efectivo del préstamo sería

1. 12.86%.
2. 14.86%.
3. Mayor que 14.86%.

Pregunta 2

Calcule las siguientes tasas de interés (en porcentajes)

a. Interés trimestral, cuando el interés tarifario (nominal anual) es 16%.
El resultado que Ud. obtuvo puede ser usado como base para el cálculo del interés ajustado en una base semanal / mensual / trimestral / semestral

(Borre lo que no corresponda).
b. Interés mensual, cuando el interés tarifario (o nominal) es 12% anual.
El resultado que Ud. obtuvo puede ser usado como base para el cálculo del interés ajustado en una base semanal / mensual / trimestral / semestral (Borre lo que no corresponda).
c. Interés semestral, cuando el interés tarifario (o nominal) es 10% anual. El resultado que Ud. obtuvo puede ser usado como base para el cálculo del interés ajustado en una base semanal / mensual / trimestral / semestral (Borre lo que no corresponda).
d. Interés semanal, cuando el interés tarifario (o nominal) es 26% anual (en un año hay 52 semanas).
El resultado que Ud. obtuvo puede ser usado como base para el cálculo del interés ajustado en una base semanal / mensual / trimestral / semestral (Borre lo que no corresponda).

Pregunta 3

Se tomó un préstamo de $10,000 al 12% de interés tarifario. Calcule el importe del interés que se debe pagar, si el préstamo fue otorgado durante ½ año, 1 año, 2 años y 3 años (suponga que el interés no se acumula al capital).

Pregunta 4

1. Mario recibió un préstamo de $10,000 por un año, a interés nominal de 12%, ajustado cada medio año. ¿Qué importe deberá devolver después de un año (capital + interés)?

Instrucciones:

A. Calcule la tasa de interés semestral

B. Calcule el importe del interés semestral.

C. Agregue al capital original la suma obtenida en el ítem b. El resultado de la suma de ambos es el “capital actualizado”.

D. Calcule el importe del interés sobre el “capital actualizado” durante un semestre más.

E. Agregue al “capital actualizado” la suma obtenida en el ítem d, y verifique que el resultado de esa suma es $11,236. Ese es el resultado correcto. De esa suma, 10.000 son en devolución del capital y $1,236 son en pago de interés. Por lo tanto, la tasa resultante de interés ajustado en este préstamo es 12,36% (según el cálculo 1.236/10,000 = 12,36%), mientras que la tasa de interés nominal es sólo 12%.

Preguntas del Índice (Inflación)

1. El significado de la inflación es que el precio de la “canasta de productos” se encuentra en tendencia de suba.

verdadero/falso

2. El significado de la inflación es que se reduce el poder adquisitivo del dinero: es decir, con la misma suma de dinero que teníamos en la fecha A, se puede comprar menos productos en la fecha B, o en otras palabras: para poder seguir comprando la misma canasta de productos, se necesita más dinero.

verdadero/falso

Pregunta 5

1. Manuel recibió un préstamo de $10,000 por un año, a un interés nominal de 3%. Al préstamo se agrega al cobro de colocación del crédito de 2%. Todos los pagos se realizan al final del período. Señale si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o no:

   a. Manuel deberá pagar $300 en concepto de interés y $200 en concepto de comisión.

verdadero/falso

   b. El interés efectivo es 3%.

verdadero/falso

   c. Si la inflación en la fecha del préstamo es 10%, entonces el interés real en este préstamo es negativo, es decir: el préstamo no conservó el poder adquisitivo del dinero del prestatario.

verdadero/falso

2. Imagine que Ud. es un prestamista (presta dinero), y Ud. espera que la inflación será 3% en la época del préstamo. Para impedir que su dinero pierda de su poder de compra luego que el préstamo le sea devuelto, Ud. debe exigir el pago de un interés nominal de por lo menos 3%.

verdadero/falso

3. Interés real es un sinónimo de interés efectivo.

verdadero/falso

4. En ausencia de inflación, el interés real es igual al interés efectivo.

verdadero/falso

5. Cuando la inflación prevista para este año es 4%, un préstamo al interés nominal de 4% es equivalente a un préstamo indexado al índice de precios al consumidor y sin interés (interés de 0%).

verdadero/falso

Preguntas sobre comparación de Préstamos:

Raúl está interesado en establecer una empresa, para lo cual solicitó un préstamo de $100,000 del Banco por un año. Ayude a Raúl a elegir el préstamo más "barato" de entre los dos préstamos en las siguientes parejas (marque con un círculo la letra que corresponde al préstamo más conveniente):

a. Préstamo a interés ajustado de 8%.

b. Préstamo a interés nominal de 8% ajustado sobre una base trimestral.

a. Préstamo indexado al índice de precios sin interés (suponga que la inflación prevista es 4%).

b. Préstamo no indexado al índice, con interés de 3%.

a. Préstamo a interés nominal de 10%, no ajustado (o sea: interés no capitalizado).

b. Préstamo a interés nominal de 8%, ligado además al pago de comisión de 2%. El interés y la comisión son ajustados mensualmente.

a. Préstamo a interés ajustado de 5%, ligado al pago de comisión de 2%.

b. Préstamo a interés efectivo de 5%.

Pregunta 6

1. Calcule el importe del interés que se debe pagar en cada uno de los siguientes casos, por un préstamo de $10,000 durante 1 año:

1. Interés ajustado de 10%.
2. Interés efectivo de 10%.
3. Interés nominal de 10% ajustado sobre una base semestral.
4. Interés nominal de 15% ajustado sobre una base anual.
5. Préstamo indexado a la inflación, sin interés, sabiendo que la inflación anual fue de 8%.
6. Préstamo a interés nominal de 10%.

Pregunta 7

Si el interés ajustado sobre un préstamo de $10,000, tomado por 1 año, es 14%, y el interés efectivo es 18%, y todos los pagos se efectúan a fin del año, entonces a fin de año el prestatario devolverá al prestamista $11.800 (que incluyen: capital + interés + todos los costos adicionales del préstamo). **verdadero/falso**

Capítulo 2 – La Teoría de las Finanzas



Introducción

La teoría de las finanzas abre sus ojos, particularmente en el campo de las inversiones.

Por ejemplo, la teoría nos instruye con respecto a que camino financiero elegir de aquellos que nos son ofrecidos. Asuma que se le ofrecen $2,000 en una de las siguientes alternativas:

1. Hoy	2 Dentro de un año	3. Dentro de dos años

La teoría de las finanzas le propone elegir la primera alternativa.

Explicación: Si usted recibe el dinero ahora, usted podrá depositarlo en un plan de ahorro y dentro de un año, usted tendrá más de $2,000. Por supuesto, cualquiera que haya terminado el jardín de niños también llegará a esta conclusión.

Un ejemplo un poco más difícil: Se le ofrece una cantidad de dinero según cada una de las siguientes alternativas:

1. Hoy - $2,000	2. $2,020 dentro de un año	3. $2,040 dentro de dos años

Para poder decidir que opción es preferible, usted debe responder la pregunta: “¿Con que alternativa tendré más dinero dentro de dos años?”.

Para poder responder esta pregunta, usted debe saber qué interés ofrece cada uno de los planes de ahorro.

Hemos encontrado esto para usted. El banco ofrece una tasa del 5% de interés anual.

En esta situación la teoría de las finanzas propone que elija la alternativa no. 1, como se puede ver en la tabla a continuación.

Tabla 2.1
Comparación entre las tres alternativas

	Alternativa No. 1	Alternativa No. 2	Alternativa No. 3
Hoy	$2,000		
Dentro de 1 año		$2,020	
Dentro de 2 años	$2,205	$2,121	$2,040

Dentro de dos años:

- Quienes elijan la Alternativa no. 1 tendrán $2,205.
- Quienes elijan la Alternativa no. 2 tendrán $2,121.
- Quienes elijan la Alternativa no. 3 tendrán $2,040.

Si Ud. entendió esto, Ud. ya ha entendido la lógica sobre la cual se fundamenta la teoría de las finanzas.

El Dinero Crece con el Tiempo

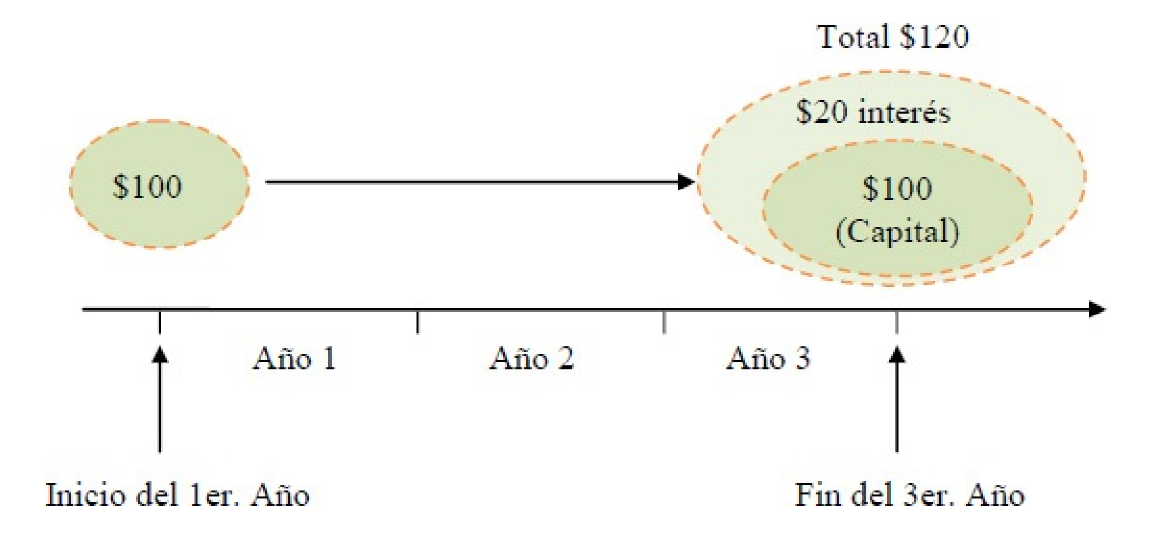
Toda la teoría de las finanzas está construida alrededor del hecho que el dinero crece con el tiempo.

- **El dinero que está en su posesión, crece a su favor.**
- **El dinero que Ud. debe, crece en su perjuicio.**

En el diagrama que sigue, Ud. podrá observar que $100 de hoy crecen para convertirse en $120 al cabo de tres años. Si esos $100 es un depósito, al cabo de tres años Ud. tendrá $120.

Si esos $100 es un préstamo, al cabo de tres años Ud. deberá $120.

Diagrama 2.1



Interés Alto e Interés Bajo

Por regla general, el interés que Ud. recibe por su dinero (por ejemplo, en un plan de ahorros) va a ser más bajo que el interés que Ud. deberá pagar por una deuda al banco. Se puede exponer eso al decir que el ahorro crece más lentamente que una deuda.

Valor Actual – el Termino Clave en la Teoría de las Finanzas

Asuma que una pareja de padres promete a su hijo Roberto entregarle la suma de $20,000 dentro de tres años, cuando finalice sus estudios superiores. La teoría de las finanzas nos pedirá calcular qué suma de dinero se debe depositar hoy en el banco para recibir al cabo de tres años los $20,000. La respuesta depende del porcentaje de interés que el banco paga. Asuma que el banco paga el 8% anual.

Hasta que Ud. aprenda a calcular la suma, nosotros lo calcularemos por Ud., y la respuesta es $15,877. Lo que significa que $15,877 depositados hoy en el banco al 8% de interés anual, crecerán a $20,000 al cabo de tres años. La cantidad de dinero que dimos en la respuesta será denominada "**la cantidad del valor actual**", o para resumir, "**valor actual**". La frase completa es "$15,877 es el **valor actual** de $20,000 a ser recibidos dentro de tres años".

Indiferencia

La palabra **indiferencia** en Economía se usa para describir una situación en la cual no existe justificación, desde el punto de vista económico, para que Ud. prefiera una alternativa (posibilidad) específica a otra alternativa cualquiera. Esto se debe a que cada una de las alternativas le otorga el mismo beneficio. En esta situación Ud. es indiferente a las alternativas.

Ejemplo:
Volvamos al ejemplo anterior de Roberto.
Asuma que sus padres mejoran su regalo, y le ofrecen dos alternativas para recibir el dinero.

- **Alternativa 1** – $15,877 hoy.
- **Alternativa 2** – $20,000 dentro de tres años.

Roberto llama al banco y pregunta al empleado cuánto podría acumular al cabo de tres años si depositara hoy $15,877 (alternativa 1), y la respuesta fue: $20,000.

En esta situación, Roberto es indiferente a la elección entre recibir $15,877 de sus padres hoy o recibir $20,000 al cabo de tres años (alternativa 2), dado que por medio de cualquiera de las 2 alternativas él va a tener $20,000 al cabo de tres años.

(Asumiendo que no va a necesitar dinero en el transcurso de los tres años).

Ahora regresamos al Término del “Valor Actual”
Le proponen recibir dentro de tres años la suma de $20,000. El **valor actual** (V.A.) de esos $20,000 que va a recibir dentro de tres años, es la suma que Ud. debe exigir hoy como alternativa para ser indiferente a la elección entre las dos alternativas. En este ejemplo, el valor actual de $20,000 a recibir al cabo de tres años es $15,877.

Preferencia contra Indiferencia
Si Roberto puede recibir hoy más de $15,877, incluso si recibe $15,878 ($1 más), él preferirá eso a recibir $20,000 dentro de tres años.
Explicación: Si Roberto deposita hoy $15,878, él va a tener en sus manos más de $20,000 dentro de tres años.
El principio de muestra también aplica en la dirección opuesta. Si Roberto puede recibir más de $20,000 dentro de tres años (incluso $20,001), el preferiría recibir $15,877 ahora.

Explicación: Si el deposita $15,877 ahora, el tendrá solamente $20,000 dentro de tres años.

El Valor Actual depende de la Tasa de Interés

Cuanto más alto sea el porcentaje de interés, más rápido es el crecimiento del dinero.

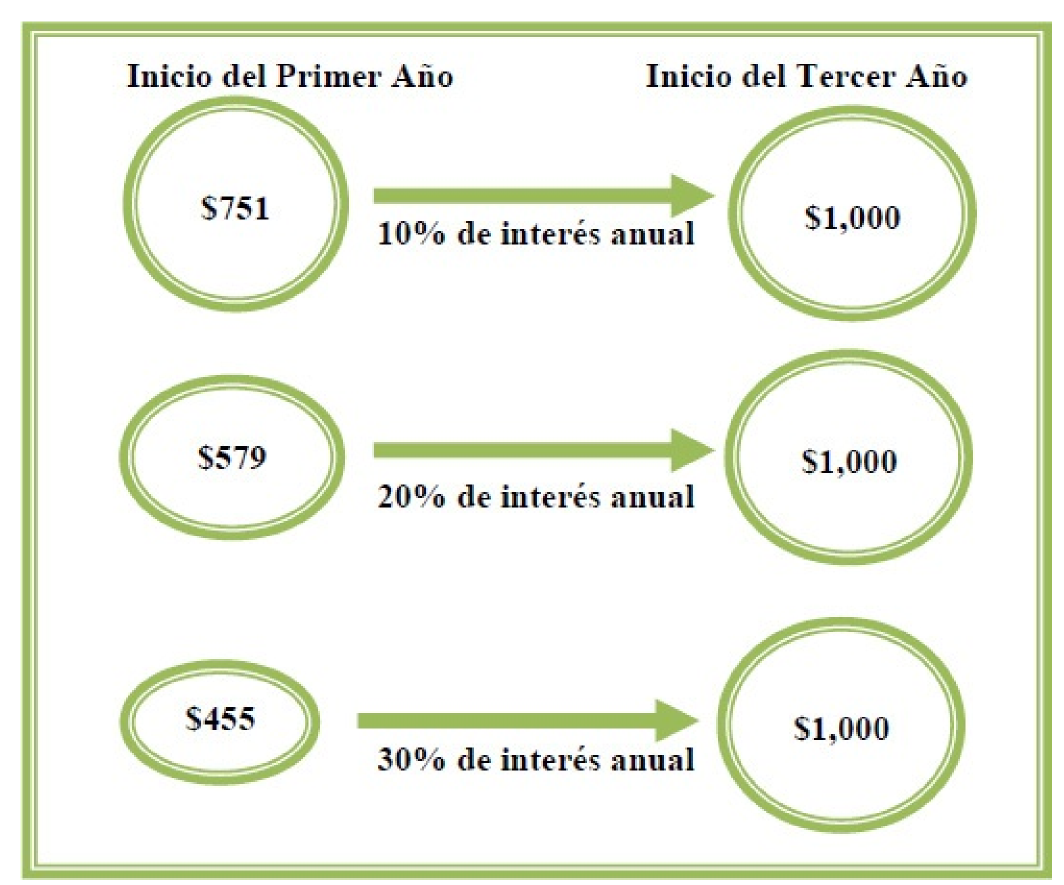
En el siguiente caso se establecen las sumas de dinero que se debe invertir hoy (día 0), teniendo en cuenta tres tasas de interés distintas (10%, 20% y 30%) para alcanzar $1,000 en tres años.

Como se puede apreciar en el diagrama, cuando la tasa de interés anual es 10% se debe invertir hoy $751, cuando la tasa anual es 20% alcanza con una inversión de $579 hoy, y cuando la tasa de interés anual llega al 30% basta con una inversión de $455.

Ponga atención a la dirección de las flechas en el diagrama: la suma que queremos recibir al cabo de 3 años ($1,000) es nuestra **suma objetivo**, y la hemos "regresado" tres años hacia atrás para obtener su valor presente de acuerdo a cada una de las tasas de interés correspondientes.

Diagrama 2.2

El Efecto del Interés en el Valor Actual



Cuando la tasa de interés anual es 10%, el valor actual de 1.000 es $751.

Cuando la tasa de interés anual es 20%, el valor actual de 1.000 es $579 (menor).

Cuando la tasa de interés anual es 30%, el valor actual de 1.000 es $455 (menor).

Para Concluir: Mientras más alto es el interés menor es el valor actual.

Algo Simple para Recordar

El **valor actual** de cualquier suma de dinero que recibimos ahora es exactamente la suma recibida. Por ejemplo, si recibimos $1,000 hoy, su **valor actual** es exactamente de $1,000.

Si recibimos los $1,000 en cualquier momento en el futuro (dentro de un día, un mes o un año) su valor actual será menor que $1,000.

(El tiempo que pasa antes que recibimos el dinero erosiona su valor como se muestra en el diagrama 2.2).

Enfatizar esta simple conclusión nos ayudará a acortar las explicaciones a continuación.

Abreviaturas Numéricas

La letra $_K$ se usa para reemplazar 000. Por ejemplo, $\$100_k$ significa \$100,000.
Donde se vea $_k$, se debe leer como "mil". $_k$ se refiere a "kilo" – 1,000

Dicho de manera coloquial, el Valor Actual significa "¿Cuánto Vale para Nosotros Hoy?"
Asuma que un familiar rico ofrece darle dinero de dos maneras diferentes:

- **Alternativa 1**: $\$100_k$ hoy (fecha A)
- **Alternativa 2**: $\$140_k$ dentro de tres años (fecha B)

¿Cual elegiría?

La respuesta depende de su situación financiera o, en otras palabras, de la tasa de interés que sea relevante para Ud.

Nos vamos a referir a dos situaciones representadas por dos personas: **El Ahorrador** y **El Deudor**

- **El Ahorrador** no tiene deudas y todo su dinero está invertido en planes de ahorro que rinden 10% de interés anual.
- **El Deudor** adquirió un apartamento por medio de un préstamo a interés anual de 20%.

El Ahorrador
El Ahorrador preferirá la Alternativa 2 por la siguiente razón:

Si elige la Alternativa 1 y recibe hoy $\$100_K$, ellos crecerán en el banco sólo hasta $\$133_K$ al cabo de tres años, menos que $\$140_K$.

Si en la Alternativa 1 le ofrecieran \$105,184, El Ahorrador sería indiferente a la elección entre las alternativas, dado que los \$105,184 crecerían hasta acumular $\$140_K$ al cabo de tres años.

Y si en la Alternativa 1 le ofreciesen más de \$105,184, él preferiría la Alternativa 1.

El Deudor
El Deudor preferirá la Alternativa 1 – recibir $\$100_K$ hoy, por la siguiente razón:

Por medio del pago de parte de su deuda con una suma de $\$100_K$ hoy (fecha A),

él se libera de una deuda que crecerá al cabo de 3 años (fecha B) hasta llegar a $\$173_K$ o, en otras palabras, por medio del pago de $\$100_K$ hoy, él reduce en $\$173_K$ el monto de la deuda que va a tener dentro de 3 años.

Si **El Deudor** eligiese la Alternativa 2 (es decir: recibir $\$140_K$ al cabo de 3 años), el podría reducir el monto de sus deudas dentro de 3 años (fecha B) sólo en $\$140_K$.

Si en la Alternativa 2 le ofrecieran $\$173_K$ a recibir al cabo de 3 años, él sería indiferente a la elección entre las dos alternativas, dado que en cualquiera de las dos alternativas el monto de su deuda en la fecha B se reduciría en $\$173_K$.

Si en la Alternativa le propusieran más de $\$173_K$, él preferiría esa alternativa.

Como podemos ver, El Ahorrador y El Deudor tienen límites de diferencia distintos debido a las distintas tasas de interés que usan en sus cálculos. Es decir, el **valor actual** está influenciado por su situación financiera.

La Formula de Toma de Decisiones – un Resumen

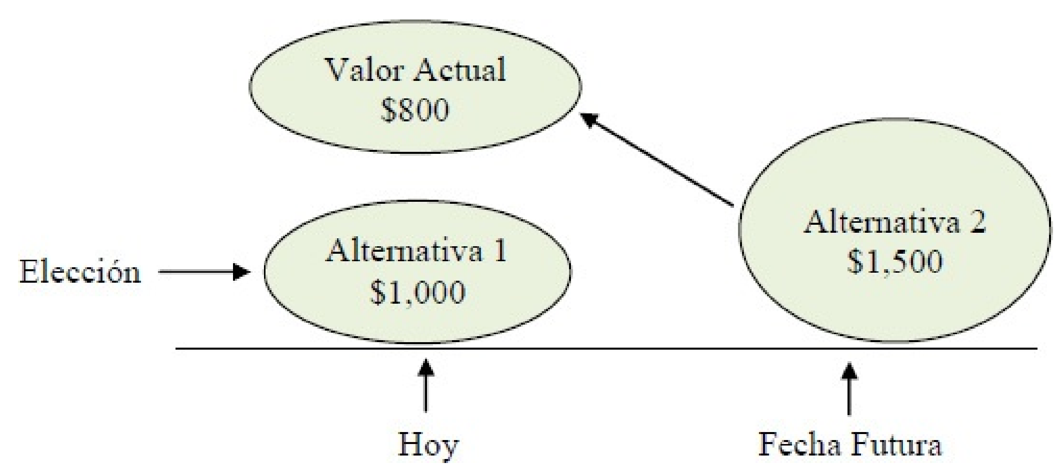
Lo que **El Ahorrador** y **El Deudor** tienen en común, es que los dos actuaron de acuerdo a la misma fórmula de toma de decisiones. En esta fórmula, si se les ofrece una suma de dinero según las siguientes alternativas:

- **Alternativa 1**: Recibir una suma de dinero hoy.
- **Alternativa 2**: Recibir una suma de dinero en algún momento en el futuro.

Entonces, elegimos la alternativa que nos dé el valor actual más alto. Es decir, elegimos la alternativa en la cual recibimos la mayor cantidad. Esto será demostrado por medio de los siguientes escenarios: A y B.

Escenario A

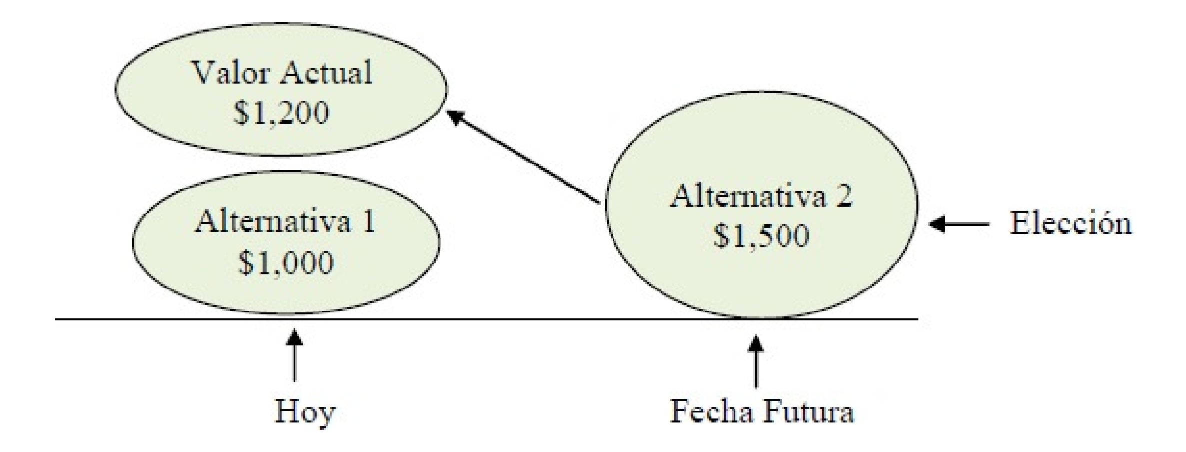
Diagrama 2.3



En el escenario A elegiremos la alternativa 1, porque el Valor Actual de la Alternativa 1 es de $1,000 y el de la Alternativa 2 es sólo de $800. (Recuerde que el V.A. de la alternativa es la suma de dinero que Ud. podrá recibir hoy, mientras que el V.A. de la alternativa no. 2 es sólo $800).

Escenario B

Diagrama 2.4



En el escenario B elegiremos la alternativa 2, ya que el valor actual de la alternativa 2 es de $1,200 el cual es mayor que los $1,000 del valor actual de la alternativa 1.

En los ejemplos anteriores, tanto **El Ahorrador** como **El Deudor** tenían que decidir entre recibir una suma de dinero hoy y recibir una suma de dinero en el futuro. Sin embargo, algunas veces, debemos tomar decisiones relacionadas con el pago de dinero, ya sea hoy o en una fecha futura. Definiremos los conceptos de ingres y pago de una manera más extensa:

- **Ingreso** – una cantidad de dinero recibida hoy o en alguna fecha futura.
- **Pago** – una cantidad de dinero que debemos pagar hoy o en alguna fecha futura.

Elección entre Alternativas en el Caso del Pago

Considere el siguiente ejemplo:

Un importante distribuidor de un modelo de televisores permite pagar por ellos de 2 alternativas:

- **Alternativa 1**: Un pago de $5,000 hoy.
- **Alternativa 2**: Un pago de $5,500 dentro de un año.

José (rico-de clase alta) y **Ricardo** (de clase media baja) están interesados en comprar.

Las Consideraciones de José

José tiene grandes sumas en su cuenta corriente que puede depositar en un plan de ahorro que genera el 8% de interés anual. Él calculó y notó que para pagar los $5,500 de la alternativa 2, él debe “transferir” hoy de su cuenta corriente $5,093 y depositarlos en el plan de ahorro que los acrecentará al monto de $5,500 al

cabo de un año.

Para él, $5,093 es el **valor actual** de $5,500 dentro de un año.

Sin embargo, todo lo que tiene que hacer es pagar al distribuidor $5,000 hoy de su cuenta corriente para poder comprar un televisor en la alternativa 1. La conclusión obvia para él es elegir la alternativa 1.

Las Consideraciones de Ricardo

Ricardo es empleado de una fábrica y no tiene ahorros. Dentro de un año el recibirá un bono de $5,500. Si él desea pagar hoy, el debe tomar un préstamo al 16& de interés anual. El puede cubrir el préstamo del bono. Ricardo está considerando que alternativa debería elegir.

Si elige la alternativa 1, el tomará un préstamo de $5,000 hoy el cual crecerá a $5,800 dentro de un año. El bono que el recibirá no será suficiente para cubrir el préstamo. Por lo tanto, el elegirá la alternativa 2.

Ricardo sería indiferente de la elección entre las alternativas si él tuviera que pagar solo $4,741 hoy en la alternativa 1, ya que el préstamo solo crecería a $5,500 que el pagaría con el dinero de su bono.

Para él, $4,741 es el **valor actual** de $5,500 dentro de un año.

Si el pago requerido en la alternativa 1 fuese menor que $4,741, Ignacio la preferiría, ya que un préstamo menor que $4,741 se acumularía a una deuda de menos de $5,500, y le dejaría algo de la bonificación después que hubiese devuelto el préstamo que recibiría para pagar la compra del televisor.

El Formato de Toma de Decisiones cuando se tiene que Pagar

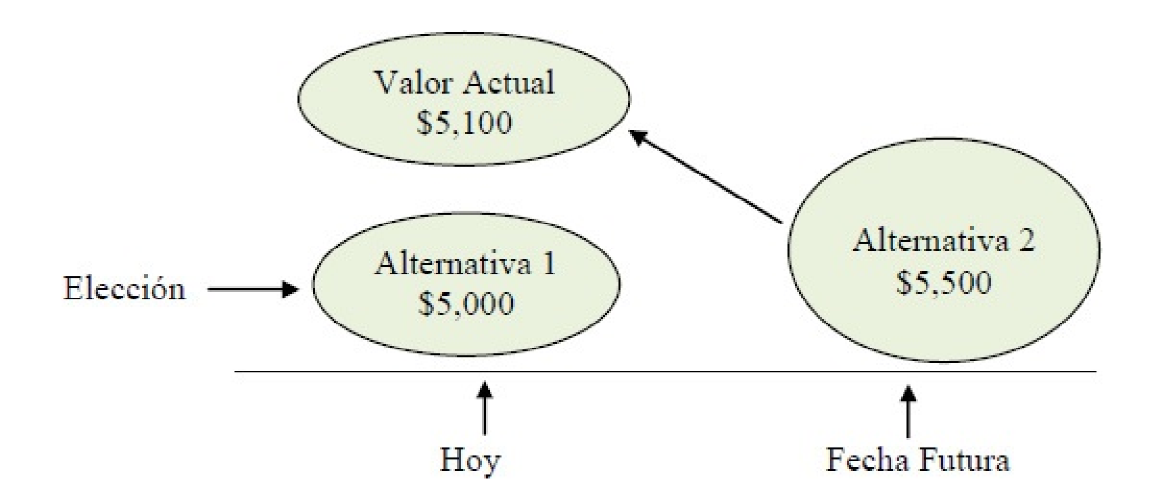
Elegiremos la alternativa con el valor actual más bajo (lo contrario del escenario en el que recibimos dinero).

Es decir, nosotros elegimos la alternativa en la cual pagamos la menor cantidad de dinero.

Esto será demostrado a través de dos escenarios. El escenario A que involucra a José y el escenario B que involucra a Ricardo.

Escenario A (José)

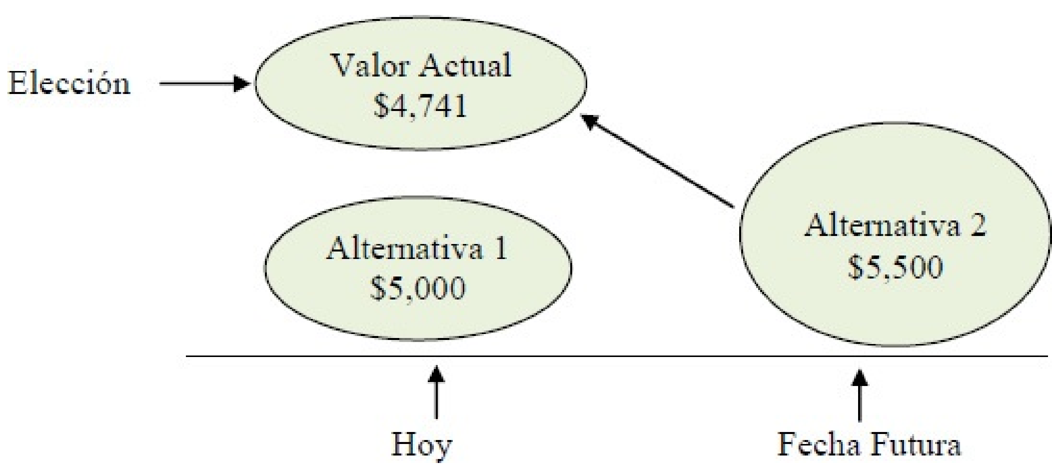
Diagrama 2.5



En el escenario A, elegiremos la alternativa 1

Escenario B (Ricardo)

Diagrama 2.6



En el escenario B, elegiremos la alternativa 2

Terminos Útiles

Capitalización	La operación contable de calcular el valor actual.
Tasa de Capitalización	La tasa de interés usada para calcular el valor actual. Elegimos 10% para el ahorrador y 20% para el deudor.
Cantidad de la Capitalización	Un sinónimo del valor actual.
Flujo de	Una secuencia de **cuotas** de dinero a ser recibidas en distintas

Ingresos	fechas en el futuro: por ejemplo, $100 cada año por 20 años.
Flujo de Pagos	Una secuencia de **cuotas** de dinero en varias fechas en el futuro: por ejemplo, $100 al banco cada año, por 20 años.

El efecto de la Tasa de Capitalización en el Valor Actual (un Repaso)

Examinaremos el efecto al monitorear cuatro personas. A dos de ellas se les refiere como ahorradores y dos de ellas como deudores.

- El banco ofrece a la **ahorradora A** (Julia) un plan de ahorros con el 8% de interés anual.
- El banco ofrece al **ahorrador B** (Juan) un plan de ahorros con el 6% de interés anual.
- El banco le cobra al **deudor A** (Miguel) un interés anual del 15%.
- El banco le cobra al **deudor B** (Samuel) un interés anual del 18%.

Cuando cada una de estas personas calcula el valor actual de cualquier cantidad de dinero, por ejemplo $\$1{,}000_k$ que debe recibir o pagar dentro de un año, la persona toma en cuenta la tasa de interés relevante para él/ella.

Esto significa que el valor actual de cualquier cantidad futura ($\$1{,}000_k$) será diferente para cada persona, dependiendo en la tasa de interés que usa. Mientras más alta es la tasa de interés de uso, mas bajo es el valor actual.

Comparando los Ahorradores
La ahorradora A (**Julia**) calculó el valor actual de $1,000 y encontró que es igual a $926 (redondeado).

Para el ahorrador B **(Juan**), el valor actual de la misma suma es de $943, más alto que el de Julia.

Explicación:
El interés que **Julia** recibe por sus ahorros es más alto que el de **Juan**. Por esta razón, Juan necesita depositar una cantidad más alta para tener $1,000 dentro de un año, y tendrá que depositar una cantidad más alta que la que Julia deposita.

Conclusión

Inicio del año:

Julia $926 → 8% → Fin del año: $1,000

Inicio del año:

Juan $943→ 6% → Fin del año: $1,000

Comparando los Deudores

El valor actual de esta cantidad futura será de $870 para **Miguel** y $847 para **Samuel** (la cual es menor).

Factores que Afectan el Valor Actual - Conclusiones

Tres factores influyen sobre el valor actual de una suma:

1. El monto de la suma futura.
2. La fecha futura en la cual recibiremos (o pagaremos) la suma futura.
3. La tasa de capitalización.

La tabla siguiente nos muestra como varía la suma actualizada (columna 4) en 6 escenarios. En cada escenario registraremos la variación de un solo factor por vez, mientras que conservaremos el resto de los factores sin cambio.

Tabla 2.2 - Factores que Afectan el Valor Actual

	Importe de la Suma Futura	Fecha Futura	Tasa de Capitalización	Suma del Valor Actual
	(1)	(2)	(3)	(4)
Línea 1	**100_k$**$**	**Dentro de 3 años**	**10%**	**$75,131**
Escenario 1	Incremento (por ejemplo a 110_k$)	Sin cambio	Sin cambio	Incrementos ($82,645)
Escenario 2	Disminuyo (por ejemplo 90_k$)	Sin cambio	Sin cambio	Disminuciones (67,618)
Escenario 3	Sin cambio	Se aleja (4 años)	Sin cambio	Disminuciones (68,301)
Escenario 4	Sin cambio	Se acerca (2 años)	Sin cambio	Incrementos (82,645)
Escenario 5	Sin cambio	Sin cambio	Incrementos (12%)	Disminuciones (71,178)
Escenario 6	Sin cambio	Sin cambio	Disminuciones (8%)	Incrementos (79,383)

Calculo del Valor Actual para un Flujo de Ingreso (o un Flujo de Pagos)

Comenzaremos por las definiciones:

- Un **flujo de ingresos** es una serie de sumas de dinero a recibir en diferentes fechas futuras.
- Un **flujo de pagos** es una serie de sumas de dinero a pagar en diferentes fechas futuras.

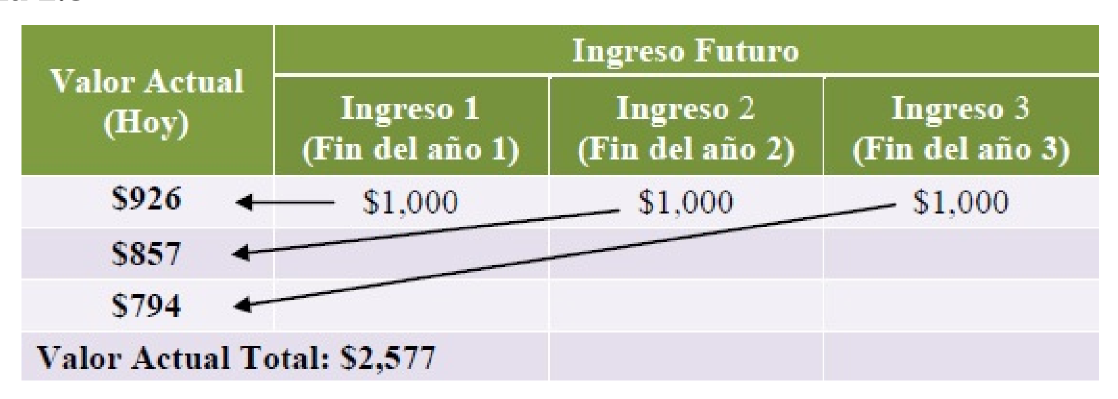
El valor actual también se puede calcular para un flujo de ingresos (y un flujo de pagos). Esto se puede ver en el ejemplo a continuación. Asuma que durante los siguientes tres años, usted recibirá cada año una beca de estudios por la cantidad de $1,000 (un total de tres cuotas de ingreso).

Asuma que la tasa de capitalización para usted es del 8%.

El valor actual de la serie de ingresos es $2,577. Es decir, Ud. será indiferente a la elección entre recibir $2,577 hoy o recibir este flujo de ingresos.

¿Cómo calculamos el valor actual de la serie de ingresos? Según veremos en la siguiente tabla, primero calculamos el valor actual de cada suma anual por separado, y luego sumamos los tres valores actuales resultantes.

Tabla 2.8



Valor Actual (Hoy)	Ingreso Futuro		
	Ingreso 1 (Fin del año 1)	Ingreso 2 (Fin del año 2)	Ingreso 3 (Fin del año 3)
$926	$1,000	$1,000	$1,000
$857			
$794			
Valor Actual Total: $2,577			

Conversión de un Flujo Futuro de Ingresos a Efectivo

La palabra “efectivo” se refiere al dinero disponible inmediatamente.
Con el propósito de facilitarle comprender el significado del “valor actual”, y la comodidad de su uso para examinar la conveniencia de inversiones financieras, suponga que en todo momento Ud. puede convertir en el banco una serie de ingresos futuros que Ud. tiene que recibir, por dinero efectivo en cantidad igual al **valor actual** de esa serie de ingresos.

Es decir, usted cede al banco un flujo futuro de ingresos y en cambio, recibe el efectivo equivalente a su valor actual (el banco recibirá el flujo de ingresos).

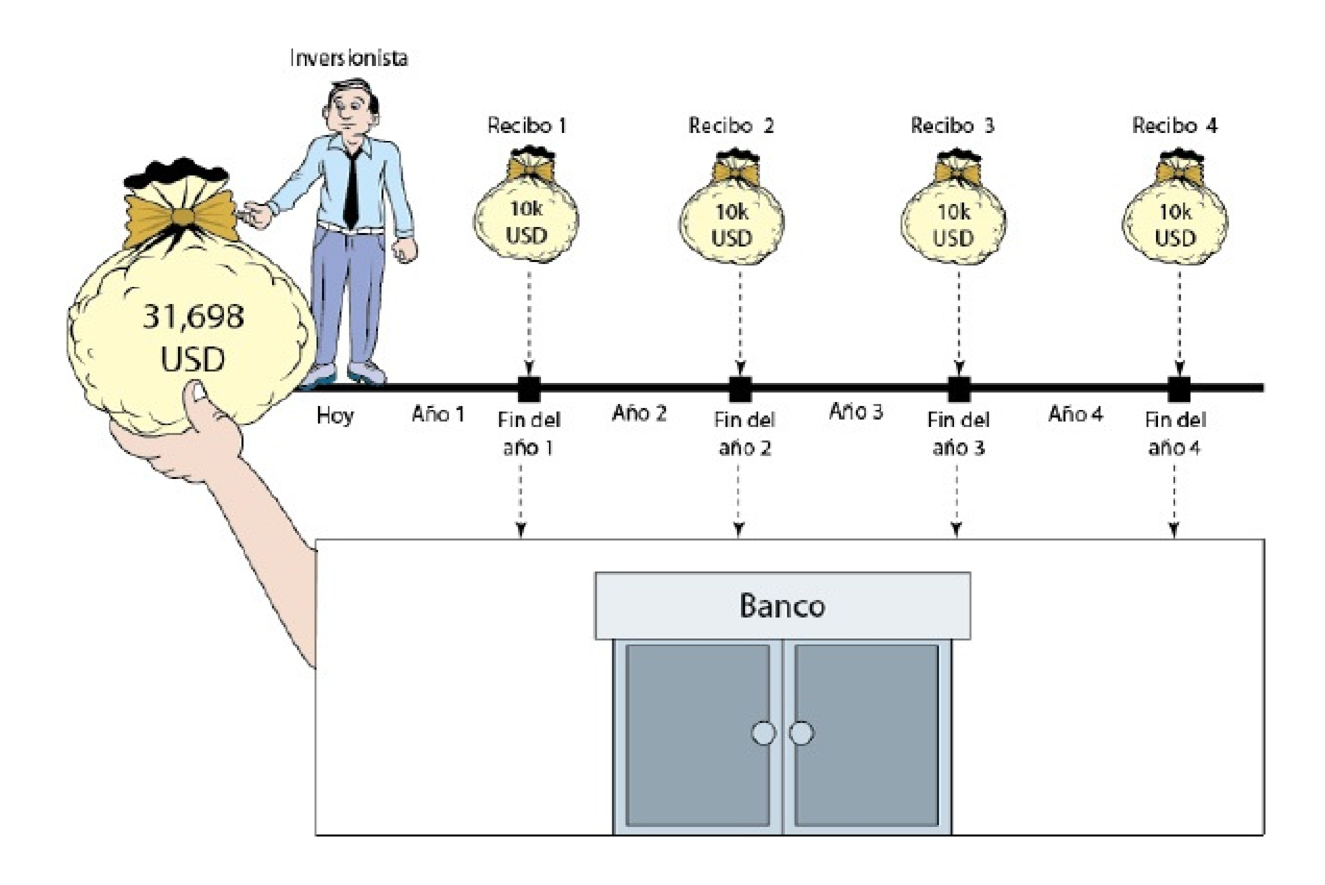
En el léxico profesional, esta transacción se describe al usar la palabra “endoso” en vez de las palabras “reemplazo” o “conversión”, de la siguiente manera:

En cualquier momento, usted puede endosar un flujo de ingresos al banco y en cambio, recibir el equivalente en efectivo al valor actual del efectivo.
Ejemplo: **(con la ilustración a continuación).**

1. Ud. recibirá una beca para estudios de $10,000 por año, al final de cada año, durante 4 años consecutivos (un flujo de cuatro ingresos anuales).
2. La tasa de capitalización es del 10%.

Ud. tiene la posibilidad de endosarle ese flujo de ingresos al banco y recibir a cambio la suma de $31,698 hoy. Esa suma ($31,698), es el valor actual de la serie de ingresos.

Diagrama 2.9



Si el inversor se arrepiente inmediatamente después de concluir la operación con el banco, aquí no ha pasado nada. Él puede depositar los $31,698 a plazo fijo en el banco, y con la ayuda del 10% de interés que el banco le otorga, él podrá volver a recibir el flujo de ingresos al cual renunció en la transacción con el banco.

La Garantía de Recepción de los Ingresos

Hasta que lleguemos al capítulo que trata de riesgos financieros, en todos los ejemplos que siguen asumimos que los ingresos están asegurados en su totalidad (por medio de la garantía que recibimos de un banco grande).

Uso del Valor Actual para Calificar la Rentabilidad de la Inversión en Proyectos

Usaremos ejemplos.
En los ejemplos siguientes Ud. es el tesorero y debe tomar decisiones con respecto a las inversiones financieras en diversos proyectos. Toda decisión que Ud. adopte estará condicionada en la suposición que los fondos para la inversión serán reunidos por medio de un préstamo bancario a interés anual de 10%.

En la mayoría de los casos la suma que Ud. puede obtener en un banco para propósitos de inversión es limitada, y por otro lado le proponen a Ud. varios proyectos. Por lo tanto, Ud. debe decidir en cuál proyecto invertir.

Antes que presentemos los ejemplos, le adelantaremos que la técnica de toma de decisiones es simple: invertiremos sólo en proyectos en los cuales el valor actual del flujo de ingresos que el proyecto nos producirá es mayor que la suma requerida para nuestra inversión en el proyecto.

Cuando nuestro dinero es limitado elegiremos los proyectos de rentabilidad más alta.

El significado de “rentabilidad más alta” va a ser detallado en los ejemplos.

Ejemplo 1
Se le propone invertir en 3 proyectos, que son detallados en la Tabla 2.3.

Cada uno de los proyectos es un pozo petrolífero que producirá petróleo durante un número limitado de años, tal como lo muestra la Tabla.

La inversión requerida en cada uno de los proyectos es $1 millón. ¿En cuál proyecto invertirá, en la suposición que Ud. puede reunir sólo $1 millón?

Tabla 2.3

			Proyecto 1	Proyecto 2	Proyecto 3
1		①	②	③	④
2	Cantidad de la Inversión		$1.0 millón	$1.0 millón	$1.0 millón
3	Ingresos	Fin del Año 1	$0.3 millones	$0.4 millones	$0.5 millones
4		Fin del Año 2	$0.4 millones	$0.4 millones	$0.4 millones
5		Fin del Año 3	$0.3 millones	$0.3 millones	$0.1 millones
6		Fin del Año 4	$0.3 millones	$0.3 millones	Se acaba el petróleo
7		Fin del Año 5	$0.1 millones	Se acaba el petróleo	--
8		Fin del Año 6	Se acaba el petróleo	--	--
9	Valor Actual del Flujo de Ingresos		$1.10 millones	$1.12 millones	$0.86 millones
10	Rentabilidad del Proyecto (línea 9 menos línea 2)		$0.10 millones	$0.12 millones	$0.14 millones (perdida)

La Elección:
Proyecto no. 2

La Explicación:
Ud. puede endosar al banco el flujo de ingresos correspondiente al proyecto no. 2 y recibir $1.12 millones y de esa manera obtener una ganancia de $0.12 millones (Ud. ha invertido en el proyecto $1.0 millón de y ha recibido del banco $1.12 millones).

Ejemplo 2

Ud. tiene dos propuestas de inversión: (presentadas en la Tabla B) de entre las cuales Ud. puede elegir sólo una. La fuente financiera es un préstamo bancario con 15% de interés. ¿Qué alternativa elegirá Ud.?

Tabla B

Propuesta de Inversión No. 1	Propuesta de Inversión No. 2
Se le ofrece la oportunidad de comprar una maquina nueva por $600,000. La maquina aumentará la ganancia anual en $360,000 por los siguientes tres años.	Se le ofrece la oportunidad de comprar un edificio industrial por $1, 200,000. El edificio es otorgado en leasing a la compañía El Molino y genera una ganancia neta anual de $200,000.
Asuma que:	Asuma que:
1) La ganancia se recibe al final de cada año.	1) La ganancia se recibe al final de cada año.
2) La maquina se desgasta del todo al final del tercer año.	2) El Molino toma propiedad del edificio a los 25 años.
3) La tasa de capitalización es del 15%.	3) La tasa de capitalización es del 15%.

La tabla B presenta los datos requeridos para tomar una decisión con respecto a cada una de las propuestas. Los datos son:

1. La suma que la inversión.
2. El valor actual del flujo de ingresos (nosotros calculamos la suma).
3. El porcentaje de ganancia sobre la inversión.

Tabla 2.4

		Propuesta No. 1	Propuesta No. 2
1	La suma que la inversión.	$600,000	$1,200,000
2	El valor actual del flujo de ingresos (nosotros calculamos la suma).	$684,968	$1,292,830
3	El porcentaje de ganancia sobre la inversión (fila 2 dividida entre la fila 1)	14%	7.7%

La Conclusión:
Las dos propuestas son rentables, pero la propuesta no. 1 es más rentable. Más rentable significa que por cada $1 de inversión, la propuesta no. 1 genera el 14% mientras la propuesta no. 2 solamente genera el 7.7%.

Note:
En esta etapa nosotros preferimos enfatizarle a Ud. el entendimiento de las consideraciones relevantes para la elección entre las propuestas (cuál propuesta prefiere), y no la forma en la que calculamos el valor actual.

La Tasa de Interés Aceptada para Analizar las Propuestas de Inversión
Se acostumbra diferenciar entre dos situaciones:

1. El origen del dinero para la inversión es un préstamo bancario.
2. El origen del dinero para la inversión es de nuestra propiedad (capital propio).

Cuando la fuente de los fondos es un préstamo bancario, se acostumbra usar la tasa de interés bancaria sobre préstamos para calcular el valor actual del flujo de ingresos. Cuando el origen es el **capital propio**, se usa la tasa de rendimiento que recibimos en la inversión en un método seguro (como un plan de ahorros o un bono del gobierno) se usa.

Valor Futuro

Una suma de dinero que se encuentra hoy en nuestra posesión, por ejemplo $10,000, aumentará a una suma más grande en el futuro. El valor al que llegará la suma al cabo de un año se denomina: valor futuro al cabo de un año de $10,000 de hoy.

El valor al que llegará la suma dentro de cinco años se llama el valor futuro al cabo de cinco años de 10,000 de hoy.

Ejemplos de Valor Futuro

Ejemplo 1
Hemos recibido $10,000 hoy, los cuales hemos depositado en el banco por un período de 5 años, al interés anual de 10%. Al cabo de cinco años la suma crecerá hasta $16,100.

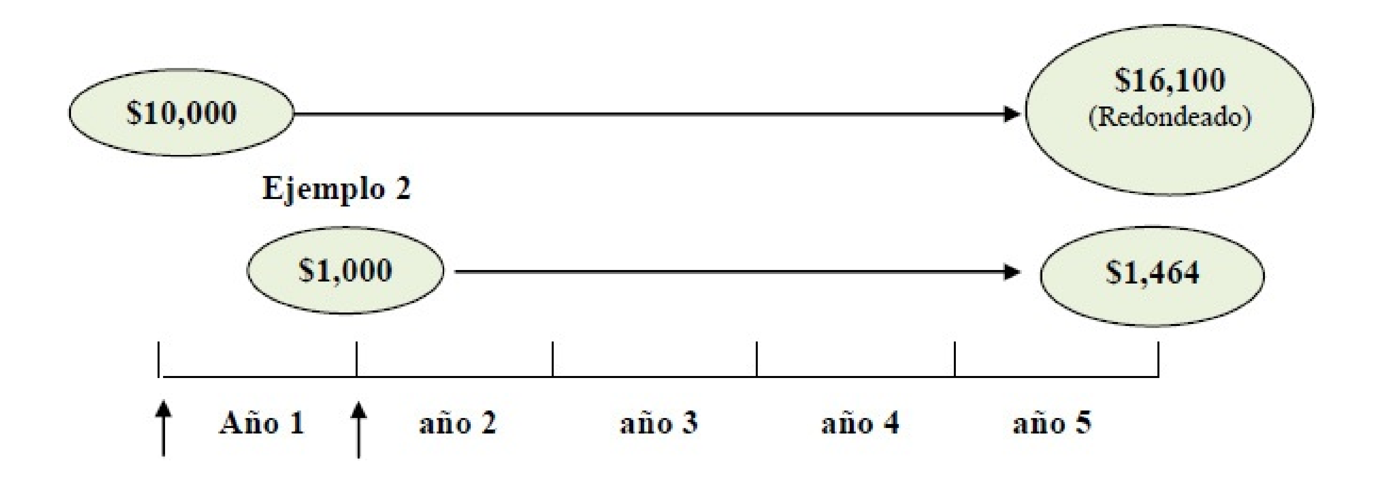
$16,100 es el valor futuro al cabo de cinco años de $10,000 hoy.

Ejemplo 2
Recibiremos dentro de un año a partir de hoy, la suma de $1,000 que serán depositados inmediatamente en el banco durante cuatro años al 10% de interés anual. En este ejemplo, al cabo de cinco años a partir de hoy se acumularán en nuestro crédito $1,464.

$1,464 es el valor futuro al cabo de cinco años a partir de hoy de $1,000 que recibiremos dentro de un año de la fecha presente.

Diagrama 2.10

Ejemplo 1



Flujo de Ingresos Futuros
Ejemplo: Comienza el nuevo año y uno de sus tíos, que es rico, le promete a Ud. otorgarle $1,000 al principio de cada año durante tres años consecutivos. ¿Cuánto dinero va a tener Ud. acumulado en el banco al cabo de tres años, si cada suma es depositada en la misma fecha de recepción en el banco a un interés anual de 10%?

El Método de la Solución – la solución es acompañada por un diagrama.

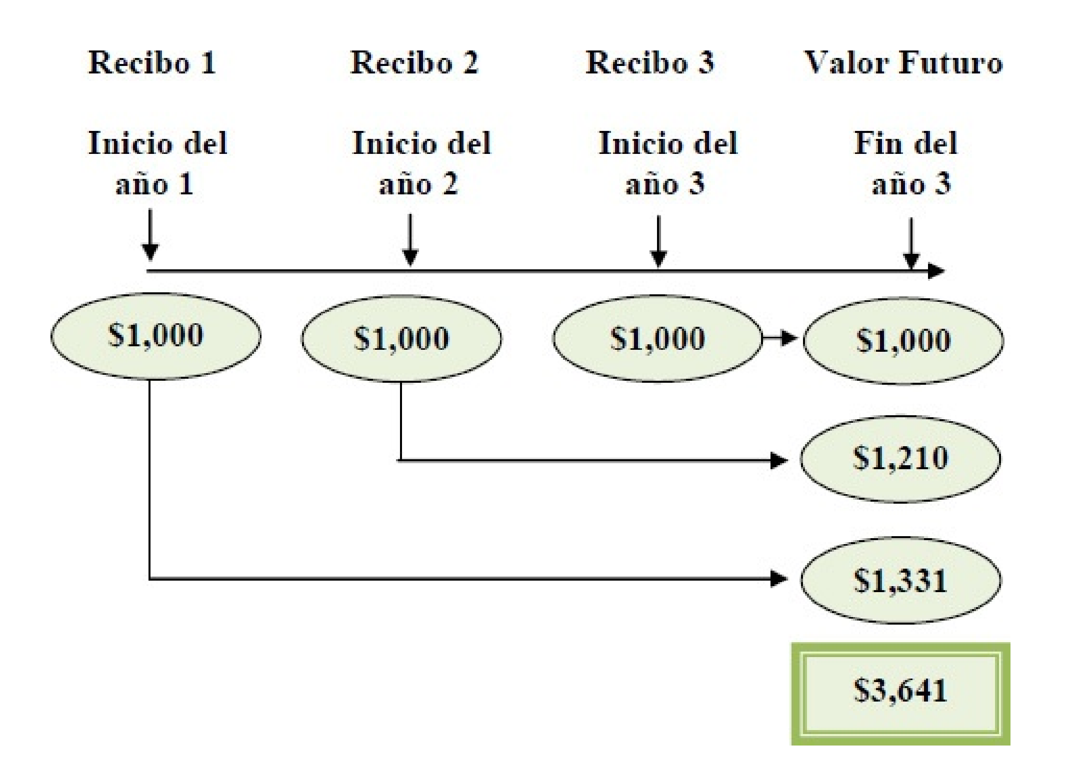
Calcularemos el valor futuro de cada ingreso del flujo de ingresos. Procederemos a sumar los resultados, y de esta manera obtendremos el valor futuro del flujo de ingresos.

En este ejemplo, el valor futuro del flujo de ingresos totaliza $3,641.

En términos de indiferencia, se puede decir que somos indiferentes a la elección entre las dos alternativas siguientes:

1. Recibir $1,000 cada año durante tres años.
2. Recibir $3,641 al cabo de tres años.

Diagrama 2.11


Recibo 1
Recibo 2
Recibo 3
Valor Futuro
Inicio del año 1
Inicio del año 2
Inicio del año 3
Fin del año 3
$1,000
$1,000
$1,000
$1,000
$1,210
$1,331
$3,641

Valor Futuro – Análisis de la Rentabilidad de la Inversión

Volveremos a examinar la rentabilidad de los 3 proyectos en la industria petrolífera que le fueron propuestas a Ud. en el ejemplo de la página 47.
Los tres proyectos son presentados nuevamente en la Tabla 2.5, columnas 2, 4 y 6.
Para comparar la rentabilidad, calcularemos el valor futuro, al cabo de cinco años a partir de hoy, del flujo de ingresos en cada uno de los proyectos, asumiendo una tasa de interés del 10%. Los resultados son expuestos en la Tabla 2.5, columnas 3, 5 y 7.

Más adelante explicaremos la Tabla 2.5 por separado. El proyecto preferible será aquel que rinda el porcentaje de rentabilidad futura más alto (fila 9 dividida ente la fila 1).

Ganancia Futura = Valor futuro del flujo de ingresos (fila 8) menos el valor futuro de la suma invertida (fila 1).

La suma de la inversión es de $1 millón en los tres proyectos.

La elección del fin del quinto año como fecha específica para el cálculo del valor futuro de los proyectos es una restricción derivada del hecho que los ingresos del Proyecto no. 1 se prolongan hasta el final del quinto año. Ése es el intervalo de ingresos más largo de entre los 3 proyectos, y por lo tanto no se puede elegir para la comparación futura un período de tiempo menor que cinco años.

Tabla 2.5 – Flujo de Caja (Sumas en millones de $)

		Proyecto No. 1		Proyecto No. 2		Proyecto No. 3	
		Datos Originales	Valor Futuro en 5 Años	Datos Originales	Valor Futuro en 5 Años	Datos Originales	Valor Futuro en 5 Años
Fila	1	2	3	4	5	6	7
1	**Suma de la Inversión**	1.0	1.6	1.0	1.6	1.0	1.6
2	**Ingresos**: Fin del Año1	0.3	0.44	0.4	0.59	0.5	0.73
3	Fin del Año 2	0.4	0.53	0.4	0.53	0.4	0.53
4	Fin del Año 3	0.3	0.36	0.3	0.36	0.1	0.12
5	Fin del Año 4	0.3	0.33	0.3	0.33		
6	Fin del Año 5	0.1	0.10				
7	Fin del Año 6						
8	Valor Futuro del flujo de ingresos (al cabo de cinco años)		1.76		1.81		1.39
9	Beneficio Futuro (fila 8 menos fila 1)		0.16		0.21		-0.21
10	Tasa de Rentabilidad		10%		13%		-13%

Explicación de la Tabla 2.5
Las columnas 3, 5 y 7, muestran el valor futuro dentro de cinco años. Las sumas anotadas en esas columnas fueron obtenidas por medio de un cálculo basado en las siguientes suposiciones:

1. Recibimos un interés anual del 10% de parte del banco por cada cuota que depositamos.
2. Obtenemos el $1 millón de la cantidad del a inversión de un préstamo, el cual pagamos al cabo de cinco años, este genera un interés anual del 5%.

La **línea 9** muestra el **beneficio o ganancia futura**. La ganancia futura se obtiene de restar la línea 1 de la línea 8.
La **línea 10** muestra la **tasa de rentabilidad futura** – la tasa de rentabilidad se obtiene al dividir la línea 9 por la línea 1.

Suposiciones más realistas
La suposición de la Tabla según la cual la tasa de interés que pagaremos por el

préstamo es idéntica a la tasa de interés que recibiremos por los depósitos (10%) no es realista. Es más razonable que el interés que se nos exija pagar por el préstamo sea más alto. Digamos que sea 15% anual. Los nuevos resultados son expuestos en la Tabla 2.6.

Tabla 2.6 - Flujo de Caja (Sumas en millones de $)

		Proyecto No. 1		Proyecto No. 2		Proyecto No. 3	
		Datos Originales	Valor Futuro en 5 Años	Datos Originales	Valor Futuro en 5 Años	Datos Originales	Valor Futuro en 5 Años
Fila	1	2	3	4	5	6	7
1	**Suma de la Inversión**	1.0	2.0	1.0	2.0	1.0	2.0
2	**Ingresos**: Fin del Año1	0.3	0.52	0.4	0.70	0.5	0.88
3	Fin del Año 2	0.4	0.61	0.4	0.61	0.4	0.61
4	Fin del Año 3	0.3	0.40	0.3	0.40	0.1	0.13
5	Fin del Año 4	0.3	0.35	0.3	0.35		
6	Fin del Año 5	0.1	0.10				
7	Fin del Año 6						
8	Valor Futuro del flujo de ingresos (al cabo de cinco años)		1.97		2.05		1.61
9	Beneficio Futuro (fila 8 menos fila 1)		-0.03		0.05		-0.39
10	Tasa de Rentabilidad		-1.5%		2.5%		-19.5%

En la tabla 2.6 el valor futuro de la suma a invertir es de $2.0 millones, en comparación a $1,6 millón en la Tabla 2.5. En esta situación el beneficio del proyecto no. 2 es muy reducido. El resultado del proyecto no. 1, que era positivo en la Tabla 2.5, es ahora negativo.

La Distinción entre los Ahorradores y los Deudores en el Cálculo del Valor Futuro

Examinaremos la distinción por medio de un ejemplo.
Los padres de dos hermanos, un ahorrador y un deudor, les ofrecen dinero según dos alternativas.

- **Alternativa 1** – recibir $\$100_k$ ahora.
- **Alternativa 2** – recibir $\$150_k$ dentro de 5 años.

En la alternativa 1, su comportamiento será el siguiente:

El Ahorrador Depositará el dinero en un plan de ahorros en el banco a un interés anual del 5%.

El Deudor Pagará deudas y con esto se ahorrara el pago de un interés anual del 15%.

La situación dentro de cinco años será la siguiente:

- **El Ahorrador**; Si el elige la alternativa 1 el tendrá $\$127_k$ (redondeados) dentro de cinco años. Si el elige la alternativa 2, el tendrá $\$150_k$ dentro de cinco años.
  La alternativa 2 es preferible para él.
- **El Deudor**: Si el elije la alternativa 1, sus deudas serán $\$200_k$ (redondeados) menos dentro de cinco años (comparado con la situación en la cual el no paga sus deudas). Si el elige la alternativa 2, sus deudas serán $\$150_k$ menores dentro de cinco años.
  La alternativa 1 es preferible para él.

La Popularidad del Uso del Valor Actual, comparada con el Valor Futuro

El valor futuro casi nunca es usado para calcular la rentabilidad.
El **valor actual** es la herramienta principal para evaluar la rentabilidad de las inversiones.

Incertidumbre (=Riesgo)

Introducción

Hasta ahora, hemos asumido que recibiremos cada ingreso con una certeza absoluta, tal como si hubiéramos recibido una garantía del gobierno por cada uno de ellos. Nos referimos a esta situación como **ingresos garantizados**.

Desafortunadamente, en cambio, en la mayoría de los proyectos el ingreso **no es garantizado**. Son posibles situaciones en las cuales los ingresos, en su totalidad o en parte, no se reciban o sean recibidos con retraso, o sean menores que los proyectados.

Cuando no tenemos seguridad completa que cualquier flujo de ingresos será recibido según lo proyectado, diremos que los resultados del proyecto están acompañados de la incertidumbre.

En el mundo de los negocios, se acostumbra considerar situaciones **inciertas** como un **riesgo**, a pesar que las sorpresas positivas son posibles al mismo grado en estas situaciones. Por lo tanto, es más correcto referirse a las situaciones de incertidumbre como situaciones inciertas que involucran riesgo y ganancia, no solamente riesgo.

Ramificaciones de la Incertidumbre para la toma de decisiones

En esta sección, proporcionaremos un conocimiento básico con las herramientas principales utilizadas en la teoría de las finanzas para el manejo de la incertidumbre. Estas son:

1. Promedio	2. Desviación Estándar	3. Beta (β)

Al mismo tiempo, nos enfocaremos en la distinción entre dos tipos de riesgo: **riesgo sistemático** y **riesgo específico**

Ya en esta etapa introductoria destacaremos que uno de los caminos más populares para manejar la incertidumbre de recibir cualquier flujo de ingresos es el agregar un porcentaje a la tasa de capitalización (para calcular el valor actual), por ejemplo, 3%. Y así, la tasa de capitalización en proyectos cuyo ingreso es garantizado con una garantía estatal sea 15%, entonces la tasa sube en un 3% a 18% sin una garantía estatal.

Ejemplos del Efecto de la Tasa Incrementada

Examinaremos la influencia de incrementar la tasa de actualización en el análisis de la rentabilidad de inversión en los proyectos petrolíferos propuestos en la Tabla 2.5 (pag.52). Cuando asumimos que los ingresos eran asegurados, la tasa de interés para actualización era de 10%.

Asumamos ahora que ya no tenemos la seguridad de recibir los pagos, y por lo tanto decidiremos agregar 5% a la tasa de interés para actualización, y ésta va a ser de 15%.

Calcularemos el valor actual del flujo de ingresos en dos situaciones alternativas:

- **Alternativa 1**: Ingresos garantizados con una tasa de capitalización del 10%.
- **Alternativa 2**: Ingresos no garantizados con una tasa de capitalización del 15%.

Se presentan los resultados en la tabla a continuación.

Tabla 2.7

Calculo del valor actual de un flujo de ingresos en dos alternativas

	Proyecto No. 1	Proyecto No. 2	Proyecto No. 3
Suma de la Inversión	$1.00 millón	$1.00 millón	$1.00 millón
Ingresos garantizado (10%) (Valor actual con 10% de tasa de capitalización)	$1.10 millones	$1.12 millones	$0.86 millones
Ingresos no-garantizados (15%) (Valor actual con 15% de tasa de capitalización)	$0.97 millones	$1.02 millones	$0.80 millones

Conclusiones

Se aprecia claramente en la tabla que la rentabilidad de la inversión se reduce cuando la tasa de capitalización aumenta de 10% a 15%. En la alternativa 1 nos conviene invertir en los proyectos 1 y 2, una suma de $1 millón.
Pero cuando el nivel de certidumbre baja (alternativa 2) no conviene invertir en el proyecto no. 1 más de $0.97 millones, en el proyecto no. 2 no más de $1,02 millones, y en el proyecto no. 3 no más de $0.80 millones.

Incrementar la Tasa de Capitalización en Estado de Incertidumbre

Cuanto más alto sea el nivel de incertidumbre (es decir, cuanto más grande sea el riesgo), más incrementaremos la tasa de capitalización. El incremento de la tasa de capitalización causará la reducción de la suma del valor actual. En contraposición, cuanto más se reduzca el nivel de incertidumbre (es decir, disminución del riesgo), más reduciremos el incremento que se efectuó en la tasa de capitalización. Por ejemplo; reduciremos ese incremento a 1%, y como resultado crecerá la suma del valor actual. Por medio del incremento en la tasa de capitalización, nosotros traducimos el nivel de incertidumbre a una suma de dinero que es sustraída del valor actual que se obtiene en condiciones de certeza absoluta.

Un Poco Por Ciento Más

Como ya se ha dicho, cuanto más crecen nuestras dudas con respecto a la recepción de los ingresos, más incrementaremos el porcentaje de interés agregado para la capitalización.

Desafortunadamente, nadie va a poder dar un porcentaje exacto, ni siquiera medio-exacto. Cada experto citara una cantidad de interés distinta.

Mientras se han desarrollado modelos para ayudar al cálculo del porcentaje apropiado a agregar, el mundo de negocios real es tan complicado e impredecible que un cálculo teórico puede ofrecer un estimado aproximado.

En la práctica, hasta que aprenda los modelos, los comprenda y ejecute, usted deberá conseguir la ayuda de los expertos. Presentarles los proyectos y solicitarles su opinión sobre la tasa de capitalización indicada.

En la mayoría de los casos, el porcentaje agregado varía entre el 3% y el 10%, y mayormente entre el 3% y el 5%.

El Efecto de las Características Personales en la Toma de Decisiones en Situaciones de Incertidumbre

En situaciones de incertidumbre, las decisiones relativas a inversiones se adoptan en base a una apreciación personal de las posibilidades de éxito por un lado y por el otro las posibilidades de fracaso o pérdida.
Cuando existe la posibilidad de perder en una inversión en particular, las decisiones están también influenciadas por la personalidad de quien decide. ¿En qué medida está dispuesto mental y monetariamente a asumir la responsabilidad de riesgos?
Clarificaremos esta pregunta con la ayuda de algunos ejemplos.

Características Personales: la “Aversión al riesgo” contra el “Amor al riesgo”

Una persona tiene $100 y puede comprar con esa suma un boleto de lotería. La suma del premio es de $200 y la probabilidad de ganar – 50%. Es decir: la mitad de las personas que compran el boleto ganan $200 y la otra mitad de las personas no ganan (y pierden su dinero). Una persona que siente “aversión al riesgo” no adquirirá el boleto, dado que prefiere quedarse con solo $100 en el bolsillo, a la posibilidad de perderlos. (La tentación de tener al final $200 en su bolsillo no lo “convence” suficientemente). Si una persona es “amante del riesgo”, la tentación de ganar la llevará a comprar el boleto de la rifa (la posibilidad de perder $100 no la intimida).

¿Qué elegiría Ud., el lector? La respuesta depende de su relación a los riesgos. ¿Siente usted aversión o amor al riesgo?

Supongamos que Ud. es averso al riesgo. Es decir, Ud. no compraría ese boleto de lotería en las condiciones expuestas. Ahora bien, trataremos de examinar en dos escenarios distintos que haría Ud. si las condiciones cambiaran a su favor.

Escenario 1:
La suma del premio va a ser de $200,000, en lugar de $200 (y la probabilidad de ganar va a quedar del 50%). ¿Es que también entonces el temor de perder va a ser más fuerte que la tentación de ganar?

Escenario 2:
La suma del premio va a quedar en $200, pero la probabilidad de ganar va a subir a 99%, es decir: es casi seguro que Ud. gane. ¿También entonces elegirá

Ud. no comprar el boleto?
Si esos cambios en las condiciones de la lotería todavía no han cambiado su decisión (de no comprar el boleto), pues ahí tiene que Ud. es extremadamente averso al riesgo.
Ahora supongamos que es Ud. propenso al riesgo. Es decir, Ud. compraría el boleto de lotería en las condiciones originales. Analizaremos cómo actuará Ud. en dos escenarios en los cuales las condiciones van a cambiar para mal desde su punto de vista.

Escenario 1:
El premio baja de $200 a $101, ¿Aun compraría Ud. el boleto?

Escenario 2:
La suma del premio quedará en 200 pero la probabilidad de ganar se reduce a 1% (es casi seguro que Ud. perderá), ¿también entonces compraría Ud. el boleto? De ser así, entonces Ud. es muy propenso a tomar riesgos, y es posible que el mismo riesgo en sí le dé a Ud. un beneficio más allá del beneficio monetario de ganar el premio.

Hemos visto, de este modo, que la decisión de tomar un riesgo o no, es una decisión subjetiva que cambia de persona a persona de acuerdo a su personalidad.
Para que una persona tome una decisión de acuerdo a su personalidad, ella debe ser capaz de analizar en forma objetiva sus posibilidades de éxito y la suma de dinero que le acompaña. En relación a la posibilidad de fracaso y a la pérdida de dinero derivada de ese fracaso.

Por Ejemplo, si la posibilidad de ganar $100 es del 60% y la posibilidad de perder $100 es del 40%, entonces es, objetivamente, rentable participar en la lotería.

Por Ejemplo, si la posibilidad de ganar $1,000 es del 20% y la posibilidad de perder $1,000 es del 80%, entonces no es rentable participar.

En estos ejemplos, asumimos que solo hay dos posibilidades: ganar y perder. Cada una con su propia probabilidad.

En la mayoría de los casos existen más de dos posibilidades, como lo demuestra el siguiente ejemplo (de 4 posibilidades):

1. Ganar $10,000 – probabilidad del 5%.
2. Ganar $5,000 – probabilidad del 10%.
3. Ganar $100 – probabilidad del 20%.

4. Perder $100 – probabilidad del 65%.

Para poder decidir si participar en la lotería con estos cuatro resultados posibles, es de costumbre calcular la ganancia estipulada. Explicaremos esto a profundidad más adelante.

Distinción Entre Riesgo Sistemático y Riesgo Específico.

Riesgo Específico

Cuando ocurre un desastre que afecta a una sola firma o a un grupo pequeño de firmas, decimos que la causa del desastre constituye un **riesgo específico**. Un acontecimiento desastroso en una empresa no afecta a las otras firmas o, dicho en otras palabras, el factor que causó el daño en una empresa no afecta a otras firmas

Ejemplos de factores de riesgo específico:

- Incendio.
- Defecto de producción.
- Falta de satisfacción de los productos de la compañía.
- Entrada de un nuevo competidor.

Si Ud. es el dueño de 60 compañías, el daño que se le causará es insignificante.

Riesgo Sistemático

Cuando acontece un desastre que afecta a la mayoría de las firmas en el país o a la mayoría de las firmas en un ramo particular, diremos que la causa del desastre constituye un **riesgo sistemático.**

Ejemplos de factores de riesgo sistemático:

- Recesión economica.
- Tensión en la seguridad.
- Inflación.

No se puede evadir el riesgo sistemático al dispersar las inversiones.

Mientras más firmas estén en su posesión, más daño sufrirá.

Preguntas – La Teoría de las Finanzas

1. Un banco otorga un interés anual del 4% a los que depositan en plazo fijo durante 1 año. Si depositamos hoy $100 ellos van a incrementarse hasta $104 al cabo de un año. **verdadero/falso**
2. Un préstamo de $1,000 que recibimos hoy, se acrecentará hasta $1,111 al cabo de un año si el interés nominal es 11% y el interés ajustado es 11.5%. **verdadero/falso**
3. El “valor actual” sirve como herramienta de fácil uso para clasificar la rentabilidad de proyectos. **verdadero/falso**
4. El valor actual de una suma futura determinada es el valor del dinero hoy, y por lo tanto no está influenciado por el interés. **verdadero/falso**
5. El valor actual de una suma futura determinada, no está influenciado por la fecha de su recepción en el futuro. **verdadero/falso**
6. A medida que la tasa de interés sube, el valor actual de $1,000 dentro de cinco años disminuye. **verdadero/falso**
7. Si se nos ofrece una cantidad de dinero en dos alternativas, una hoy y la otra dentro de cinco años, es razonable para nosotros elegir la alternativa con el mayor valor actual. **verdadero/falso**
8. Si se nos ofrece una suma de dinero en dos alternativas elegiremos la alternativa con la fecha más lejana. **verdadero/falso**
9. La tasa de capitalización es el interés que se utiliza para calcular el valor actual. **verdadero/falso**
10. Por regla general la tasa de capitalización, que se usa para calcular el valor cuantitativo de ahorros, es igual a la tasa de capitalización que se usa para calcular el valor actual de préstamos. **verdadero/falso**
11. El valor actual de $1,200 que se van a recibir dentro de un año cuando la tasa de capitalización es 10%, es $1,320. **verdadero/falso**
12. El valor actual de $1,200 que se van a recibir dentro de un año va a ser más alto que $1.200, para cualquier tasa de capitalización. **verdadero/falso**
13. El valor actual de $100,000 que van a ser recibidos al cabo de 10 años es $46,319 con tasa de capitalización de 8% anual. **verdadero/falso**

14. Cuando nosotros depositamos dinero en un plan de ahorros, nosotros de hecho le prestamos dinero al banco. **verdadero/falso**

15. Le son propuestos dos planes de ahorro alternativos cuyas condiciones son detalladas en la Tabla:

Plan	Período de Ahorro	Interés	La suma que se acumuló al final del plan
Plan A	1 año	10% anual	$110
Plan B	2 años	10% anual	$121

Exprese su idea con respecto a la siguiente afirmación: Ud. será indiferente a la elección entre el Plan A y el Plan B. **verdadero/falso**

16. A un estudiante se le propone recibir una beca de 2 maneras alternativas:

a) Recibir $1,000 a fin de cada año de estudios (durante 4 años)

b) Recibir $3,400 en efectivo hoy. El interés bancario es del 5% anual y esa es la tasa que se usa como tasa de capitalización.

El estudiante va a elegir la alternativa B.
verdadero/falso

17. A José le proponen 2 alternativas: $10,000 hoy o $17,908 al cabo de 10 años.

Pregunta: Si la tasa de capitalización es 6% anual, José será indiferente a la elección entre las dos alternativas.
verdadero/falso

18. Ud. tiene que recibir 3 ingresos en el futuro.
Ingreso N° 1 – 20.000, dentro de dos años.
Ingreso N° 2 – 25.000, dentro de cuatro años.
Ingreso N° 3 – 30.000, dentro de ocho años.
Tasa de capitalización – 10% anual.
El valor actual del ingreso N° 3 es el más pequeño.
verdadero/falso

19. El valor futuro de $1,200 que vamos a depositar hoy en el Banco, va a ser más alto que el importe del depósito, para toda tasa de capitalización

mayor que 0 (cero). **verdadero/falso**

20. El valor futuro de $12,000 que vamos a depositar hoy en el Banco, a interés anual de 7%, va a ser dentro de un año $11,215.
verdadero/falso

21. La causa de la diferencia entre el **valor actual** y **valor futuro** es el interés.
verdadero/falso

22. En un plan de ahorros en el Banco se puede elegir uno de tres formatos alternativos:

a) Ahorro por un período de diez años, que da un interés anual de 5%.

b) Ahorro por un período de ocho años, que da un interés anual de 8%.

c) Ahorro por un período de seis años, que da un interés anual de 10%.

Ud. tiene a su disposición 5.000 en efectivo.

El Plan a) va a rendir el valor futuro más alto porque propone el interés más alto.
verdadero/falso

23. Supongamos que Ud. ha vendido hoy un producto por un importe de $1,000, y Ud. decide depositar la compensación en un plan de ahorro que otorga un interés de 16% anual.

a) Dentro de un año, Ud. va a tener acumulado a su favor $1,160
verdadero/falso

b) Dentro de 3 años va a tener acumulado a su favor $1,561
verdadero/falso

24. Cuando existe incertidmbre con respecto aun flujo de ingresos esperado de un proyecto particular, calcularemos el valor actual de los ingresos por medio de una tasa de capitalización más alta que la tasa de capitalización que se acostumbra a usar cuando los ingresos son asegurados por medio de un aval (garantía) bancario. **verdadero/falso**

25. La tasa de capitalización en una situación de incertidumbre toma en cuenta el factor riesgo. **verdadero/falso**

26. La tasa de capitalización en una situación de incertidumbre es fija y es igual a 18% anual.**verdadero/falso**

27. Cuanto más sube la incertidumbre en cuanto a la recepción de un

ingreso particular, el valor actual va a ser disminuido.**verdadero/falso**

28. Por medio del incremento de la tasa de capitalización, nosotros "traducimos" el componente de riesgo a valores monetarios.

Capitulo 3 - Medidas



Promedio

Un promedio es un único numero (el resultado del cálculo) que indica algo como una medida media de un grupo de datos o caracteres similares que son medidos en la misma unidad. El grupo de datos pueden ser notas de niños en 1er año en la escuela, la altura de un niño de 10 años, etc. Una definición más exacta del término “promedio” será presentada más adelante.

Como Calcular un Promedio

Presentaremos tres métodos de calcular un promedio en un ejemplo que involucra las notas de 10 niños de 4to año en un examen de aritmética.

Primer Método: Sumar las Notas y Dividir el Total entre el Número de Alumnos

La Tabla 3.1 detalla las notas de los alumnos en el examen.

Tabla 3.1

Lista de Alumnos (en orden alfabético)	Notas (en puntos)
Alumno no. 1	90 puntos
Alumno no. 2	80 puntos
Alumno no. 3	70 puntos
Alumno no. 4	90 puntos
Alumno no. 5	80 puntos
Alumno no. 6	70 puntos
Alumno no. 7	80 puntos
Alumno no. 8	70 puntos
Alumno no. 9	70 puntos
Alumno no. 10	70 puntos
Total de las Notas	770 puntos
Promedio	77 puntos = 770 puntos/10 Alumnos

Para poder calcular el promedio, primero calculamos el total de la suma de todas las notas de los alumnos. El total es 770 puntos y luego lo dividimos por el número de alumnos en el grupo y obtenemos 77 puntos. El promedio es de 77 puntos.

Una Definición Más Exacta del Promedio
Nos referiremos al total de las notas del grupo (770 puntos= como el “total original de las notas del grupo”. El **promedio** es el número que, so todas las notas fuesen idénticas e iguales a él, entonces el total seria la misma cantidad que el total original (de las notas del grupo).

Esto significa que 77 (el promedio) por 10 = 770 puntos.

Segundo Método: Usando el Aporte de Cada Alumno al Promedio
Como veremos a continuación, cada alumno contribuye con un número de puntos al promedio. Dos factores afectan el tamaño de la contribución.

I. Su Nota – mientras más alta es la nota, mayor es su contribución al promedio.

II. Su Proporción Relativa del Salón (se explicará más tarde).

La expresión **su Proporción Relativa** indica la proporción del alumno del total del número de alumnos en la clase.

- En una clase en la que hay 10 alumnos, cada alumno constituye $^1/_{10}$ o 10% del total de alumnos.
- En una clase en la que hay 2 alumnos, cada alumno constituye $^1/_2$ o 50% del total de alumnos.
- En una clase en la que hay 1 alumno, cada alumno constituye 1 o 100% del total de alumnos.

A medida que la **Proporción Relativa del Alumno** es más grande, mayor es su aporte a al promedio. En lugar de la expresión **Su Proporción Relativa**, los economistas utilizan el término **peso**. De ahora en adelante, utilizaremos el segundo término (en la mayoría de los casos).

proporción relativa = peso	El peso se mide en porcentaje.

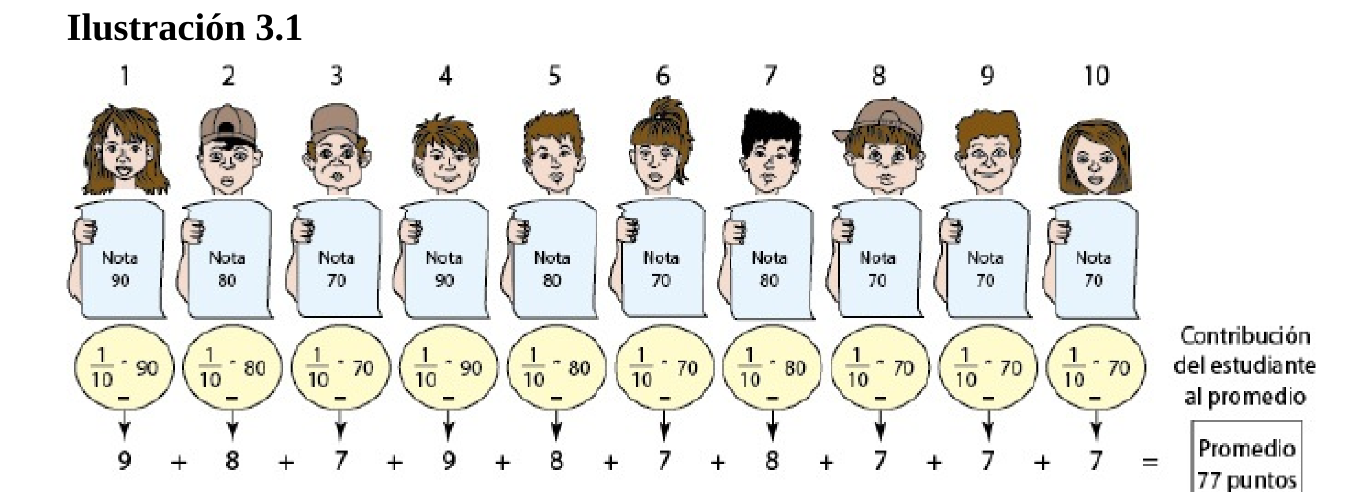
La ilustración 3.1 demuestra la contribución de cada alumno al promedio. La ilustración está dividida en dos partes:

- **Parte A** muestra a cada uno de los 10 alumnos con la nota que recibió.
- **Parte B** muestra la contribución de cada alumno en el promedio y como fue calculado.

En la ilustración se puede observar que el alumno no. 1 aporta 9 puntos a la

media. Su aporte se calcula multiplicando a su nota (90 puntos) por su peso en la clase (10%). El alumno no. 2 aporta 8 puntos a la media (su nota es de 80 puntos y su peso es 10%), y así sucesivamente hasta el alumno no. 10.

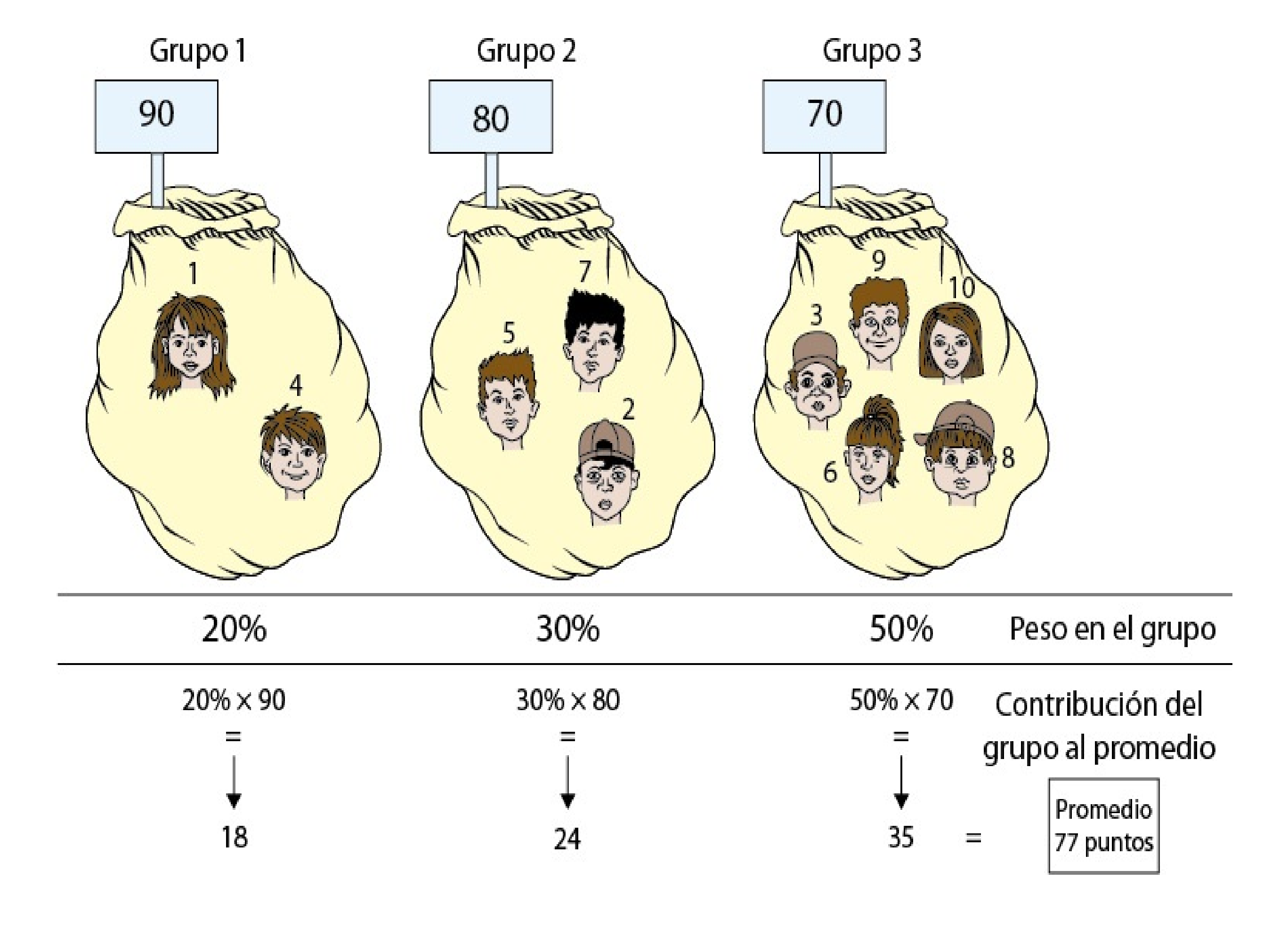
Ilustración 3.1



Tercer Método – Usando Grupos de Alumnos con la Misma Nota

Este método es el más popular y en varios casos también el más simple. A efectos del cálculo se ordena a los alumnos de la clase en grupos de acuerdo a la nota que recibieron.

Ilustración 3.2



Dos factores afectan el tamaño de la contribución de cada grupo:

> **I. La Nota del Grupo** – cuanto más alta es la nota, más alto es el aporte del grupo al promedio.
>
> **II. El peso del Grupo -** el peso del grupo es igual a la suma de los de todos los alumnos en el grupo. En nuestro ejemplo, el peso de cada alumno es 10%. (y de esa manera, el peso de 3 alumnos es 30% y el de 5 alumnos es 50%).

En la ilustración 3.2, se puede ver que:

- El grupo 1 aporta 18 puntos al promedio.
- El grupo 2 aporta 24 puntos al promedio.
- El grupo 3 aporta 35 puntos al promedio.

Y en total, los 3 grupos aportan, que es el promedio.

Organizando los Datos en la Tabla

Tabla 3.2

Numeración de los Grupos	Datos de la Observación del Grupo (notas)	Número de Elementos en el Grupo	El Peso del Grupo	La Contribución del Grupo al Promedio
①	②	③	④	⑤= ② x ④
Grupo 1	90 pts.	2	20%	18 pts.
Grupo 2	80 pts.	3	30%	24 pts.
Grupo 3	70 pts.	5	50%	35 pts.
Total		10	100%	77 pts. (el promedio)

Introducción de los Términos Relacionados

Antes de pasar al ejemplo siguiente, le haremos conocer un número de conceptos cuyo uso ha de convertir a la solución del siguiente ejemplo en un juego de niños. Para presentar a los nuevos términos nos vamos a ayudar por medio del ejemplo anterior en el cual calculamos la media de las notas de la clase.

1. **Población Objetivo** – Todos los alumnos de la clase (a los cuales nosotros computamos la media aritmética) son denominados la población objetivo.
2. **Individuo** – Todos en la población objetivo se le denomina como individuo.
3. **Muestras** – En general, las notas de los alumnos se llaman muestras.
4. **Datos de la Muestra** – Las notas específicas de cada alumno. En nuestro ejemplo, solo hay tres datos de la muestra: 90 pts., 80 pts. Y 70 pts.

   Si hubiésemos calculado la altura media (o promedio) de los alumnos de la clase, las **muestras** serían las alturas de los alumnos, y los **datos de la muestra** – serían los datos de altura que hubiéramos medido de cada uno de los alumnos.

En cada ejemplo a continuación, vamos a identificar primero a la población objetivo y los datos la muestra. A continuación organizaremos a la **población objetivo** en grupos de acuerdo a los datos de las observaciones.

Todos los elementos o individuos de la población que presenten los mismos datos de observación, pertenecen al mismo grupo.

Ejemplos

Una Flota de Vehículos
Una compañía de transportes en autobús tiene una flota de 12 autobuses.

Seis de los autobuses fueron adquiridos 7 años atrás. Tres autobuses adicionales fueron adquiridos hace 3 años, y los tres autobuses restantes fueron adquiridos hace un año.

Todos los autobuses ingresan al taller unas cuantas veces en el año. A fin de año el dueño de la empresa revisó el número de visitas de los autobuses en al taller. Descubrió que los autobuses de 7 años de antigüedad ingresan al taller 10 veces por año (cada uno), los autobuses de 3 años visitan el taller 8 veces por año, y los autobuses nuevos (comprados un año atrás) visitan el taller 4 veces por año.

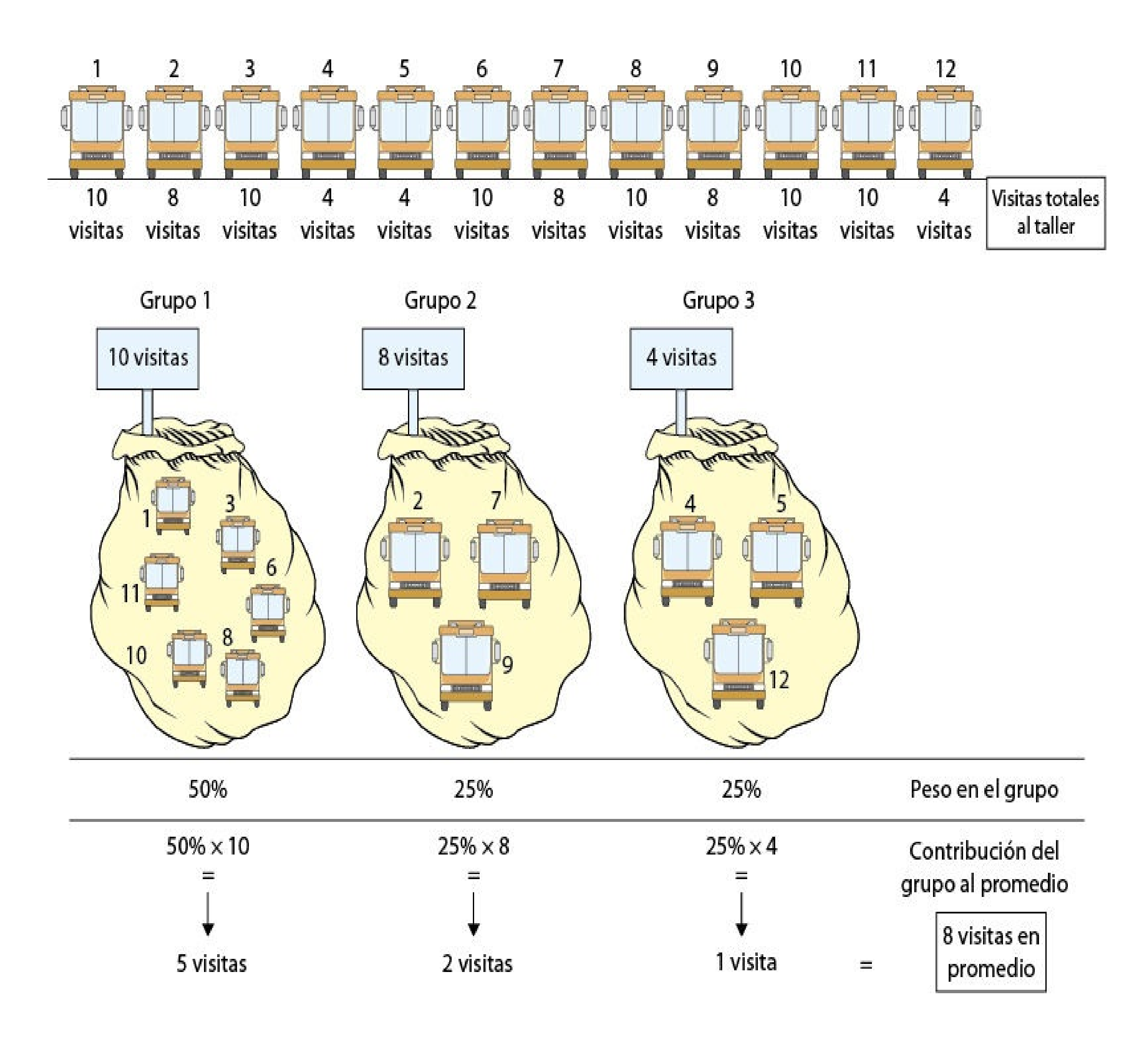
La pregunta es - ¿Cuál es el promedio de visitas de un autobús en al taller?

Organizaremos los datos:

- **La Población Objetivo** – es la flota de autobuses (12 autobuses). Cada autobús es un **elemento**.
- **Las Muestras** – el número de visitas de un vehículo al taller.
- **Los Datos de la Muestra** – el número de visitas específico de cada autobús.

La siguiente ilustración exhibe el cuadro de la situación de los datos de la muestra.

Ilustración 3.3



En este ejemplo, cada grupo presenta una característica adicional (aparte del número de visitas al taller) que es la antigüedad de los autobuses del grupo. A veces resulta más cómodo utilizar precisamente a la característica adicional para identificar a los grupos, como veremos en la columna no. 2 de la siguiente tabla, tabla que concentra a todos los datos del ejemplo.

Tabla 3.3

Numeración del Grupo	Características del Producto (edad de los buses)	Datos de la Muestra del Grupo (visitas al taller)	No.de Individuos en el Grupo	Peso del Grupo	Contribución del Grupo al Promedio
①	②	③	④	⑤	⑥= ③ X ⑤
Grupo 1	7 años	10 visitas	6	50%	5 visitas
Grupo 2	3 años	8 visitas	3	25%	2 visitas
Grupo 3	1 año	4 visitas	3	25%	1 visita
Total			**12**	**100%**	**8 visitas**

Nota para la Tabla:
Las columnas 1 y 2 no son necesarias para calcular el promedio. Estas columnas han sido agregadas por conveniencia y para completar la tabla. Tan opcional como en la literatura, se puede repetir la misma idea con una variedad de sinónimos.

Otro Ejemplo – Una Bolsa de Valores
Mario invierte en las acciones de tres compañías que se cotizan en la Bolsa: Caterpillar, McDonalds y Coca-Cola. En la mañana del 1 de enero del 2008, la situación con respecto a la inversión era el siguiente (los datos no son reales y fueron creados para este ejemplo):

Tabla 3.4

La Compañía Cotizada en la Bolsa de Valores	No. de Acciones	Precio de la Acción	Suma de la Inversión
①	②	③	④=②x③
Caterpillar	12	$6	$72
McDonalds	6	$10	$60
Coca-Cola	2	$30	$60
Total	**20**		**$192**

La inversión totaliza $192.

Al finalizarse el día de comercio, el precio de todas las acciones que Mario conserva subió en forma drástica, de la siguiente manera:

Tabla 3.5

Nombre de la Compañía	Incremento en %	Incremento en $ (ganancia por acción)
Caterpillar	10%	$0.60
McDonalds	15%	$1.50
Coca-Cola	8%	$2.40

Es claro que Mario obtuvo una buena ganancia ese día, y nuestra primera pregunta es: ¿Cuál es la ganancia media de Mario en moneda de cada una de las acciones en su posesión?

Organización de los Datos del Ejemplo
Población Objetivo – Las acciones en posesión de Mario (20 acciones).
Datos de la Muestra – El beneficio en de cada una de las acciones en su posesión.

Organizaremos a los grupos de acuerdo a los datos de la muestra.

Existen 3 distintos datos de observaciones: $0.60; $1.50 y $2.40.

Otra característica es que todas las acciones en cualquier grupo pertenecen a la misma compañía, es decir:

• Todas las acciones que aumentaron $0.60 son de Caterpillar.
• Todas las acciones que aumentaron $1.50 son de McDonalds.
• Todas las acciones que aumentaron $2.40 son de Coca-Cola.

Presentaremos los datos agrupados en una Tabla.

Tabla 3.6

Numeración del Grupo	Características del Producto (nombre de la compañía)	Datos de la Muestra del Grupo (ganancia por acción en $)	No.de Individuos en el Grupo	Peso del Grupo	Contribución del Grupo al Promedio
①	②	③	④	⑤	⑥= ③ X ⑤
Grupo 1	Caterpillar	$0.60	12	60%	$0.36
Grupo 2	McDonalds	$1.50	6	30%	$0.45
Grupo 3	Coca-Cola	$2.40	2	10%	$0.24
Total			**20**	**100%**	**$1.05 – ganancia promedio por acción**

El cálculo muestra (el final de la columna no. 6) que la ganancia promedio por acción era de $1.05. La ganancia de Mario totalizo $21 (=20 acciones X $1.05 por acción), constituyendo una ganancia del 10.94% en la cantidad invertida ($192).

Calculo de la Ganancia Promedio por Cada Unidad de Inversión

Otra pregunta evidentemente necesaria en relación al ejemplo anterior es: ¿Qué porcentaje medio ganó Mario por cada $1 de los $192 que tenía invertidos en la Bolsa el de Valores el 1 de enero del 2008?

Antes de adelantarnos al cálculo, aclararemos un poco la importancia de la respuesta.

Si la respuesta a nuestra pregunta fuese, por ejemplo, 10%; el significado sería que el valor de la inversión original de Mario debería crecer en 10%. Es decir: en $19,20. O en otras palabras: por cada $1 de inversión se han agregado 10 centavos (=10%).

Calculo de la Ganancia Promedio por Cada Unidad de Inversión
Organización de los Datos:

La Población Objetivo es de $192. Cada $1 de esa suma es un elemento en la población objetivo.

Las Muestras es la ganancia diaria (en porcentaje) de cada uno de los $192 invertidos.

Los Datos de las Muestras – Solo existen tres tipos de datos de las muestras diferentes: 10% (Las acciones de Caterpillar), 15% (Las acciones de McDonalds), y 8% (Las acciones de Coca-Cola).

Organización de los Grupos Existen tres grupos en correspondencia a los distintos datos de las muestras.

Presentación de los datos en una Tabla
Tabla 3.7

Numeración del Grupo	Características del Producto (acciones de la compañía)	Datos de la Muestra del Grupo (ganancia en %)	No.de Individuos en el Grupo (Cantidad Invertida)	Peso del Grupo	Contribución del Grupo al Promedio (Porcentajes)
①	②	③	④ (1)	⑤	⑥= ③ X ⑤
Grupo 1	Caterpillar	10%	$72	37.50%	3.75%
Grupo 2	McDonalds	15%	$60	31.25%	4.69%
Grupo 3	Coca-Cola	8%	$60	31.25%	2.50%
Total			**$192**	**100%**	**10.94% promedio** (2)

(1) Los datos son de la columna no. 4 en la Tabla 3.4.

(2) La ganancia promedio como porcentaje de la inversión.

Nota:
Si Ud. pensó elegir el número total de acciones (20 acciones) como población objetivo, se ha equivocado. La explicación es: El número de las acciones no toma en cuenta el precio de cada una de las acciones, es decir el valor monetario de 20 acciones, o en otras palabras: no toma en cuenta cuál es el precio requerido para la compra de las mismas 20 acciones.

Uso de la Palabra “Expectativa” en lugar de la Palabra “Promedio”

Hay casos en los cuales el concepto matemático de **expectativa** reemplaza a la palabra promedio. El caso más frecuente es cuando el **peso** (en %) de cada grupo se evalúa solo en base a un estimado, y no por medio de un recuento exacto del número de elementos en el grupo y el posterior cómputo de su parte en la población objetivo. De hecho, en esos casos tampoco el tamaño de la población objetivo es relevante para el cálculo de la media.

¿No queda claro? Debería.

Pero es esperamos que a partir del segundo ejemplo en la serie siguiente de tres ejemplos que son muy parecidos a los ejemplos que ya hemos resuelto, las dudas se van a disipar.

Ejemplo 1 – La Barbería de Miguel
A Miguel le propusieron abrir una barbería. Dado que él es un muchacho sensato y minucioso, Miguel decidió analizar a fondo las posibilidades de éxito. Para ello se encontró con 100 de sus amigos que son dueños de barberías, y recibió de ellos información con respecto a la rentabilidad de sus barberías. De la información recibida surgen los siguientes datos:

1. 20 barberías ganan $\$100_k$ al año.
2. 50 barberías ganan $\$50_k$ al año.
3. 30 barberías pierden 30_k al año.

Es común mostrar un numero negativo en cualquiera de estos dos formatos:

1. Con un signo menos a la izquierda: -30_k
2. Entre paréntesis (30_k)

Abreviaturas Numéricas

La letra $_K$ se usa para reemplazar 000.

Por ejemplo, $100k significa $100,000.

Donde se vea $_k$, se debe leer como “mil”.

$_k$ se refiere a “kilo” – 1,000

Como siempre, para simplificar, hemos restringido la variedad de datos de las muestras a tres.
De los datos surge que la mayoría de las barberías son rentables. Eso alentó a Miguel, pero él decidió trabajar de forma más profesional y calculó la ganancia promedio de las barberías. El resultado que recibió es $\$36_k$, de acuerdo al siguiente calculo.

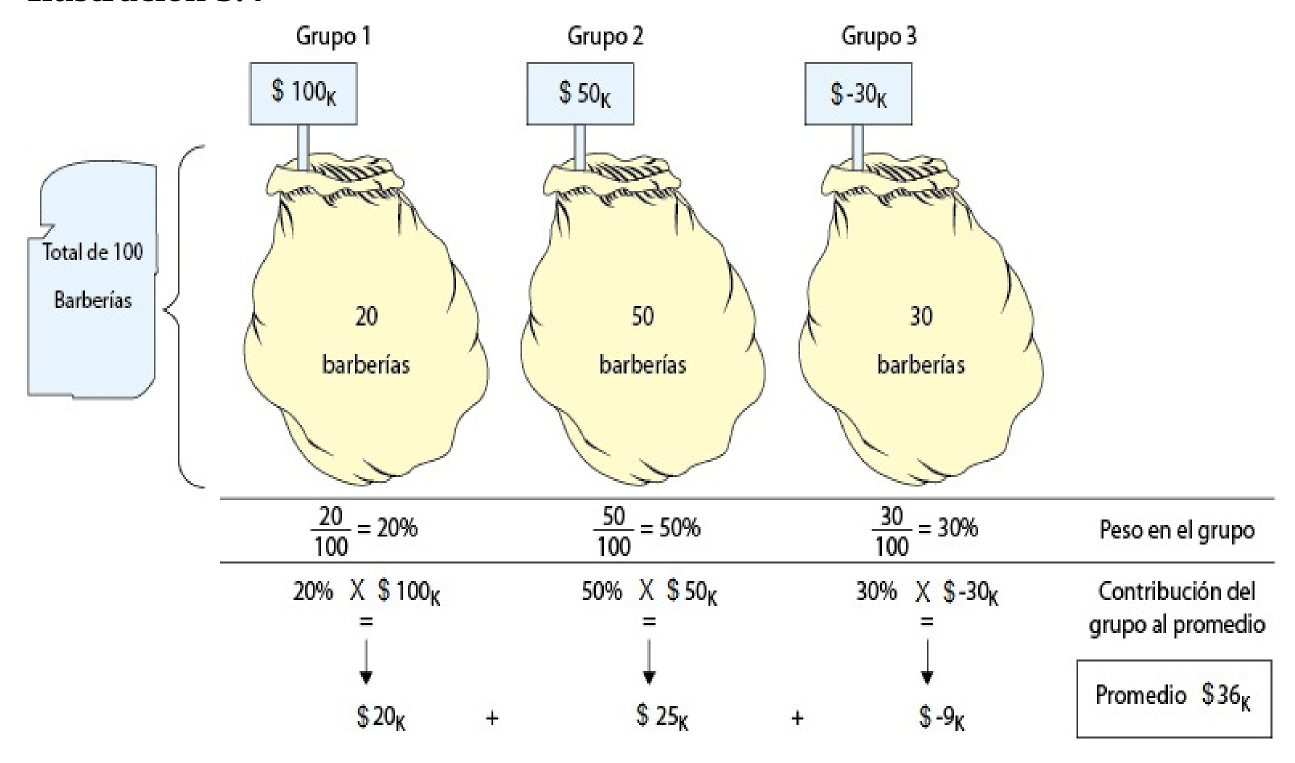
Organización de los Datos – un Ejercicio
En esta etapa nos tomamos el cuidado en cada ejemplo de organizar los datos e incluso usar la figura. Pero dentro de unos ejemplos más va a descubrir que los datos se le arreglan con facilidad en la tabla, y entonces efectuará los cálculos en forma muy rápida.

La Población Objetivo es de 100 barberías.

Los Datos de la Muestra son 100_k$, $50k, y -$30$_k$.

División en Grupos

Ilustración 3.4



Presentación de los Datos en una Tabla

Tabla 3.8

Numeración del Grupo	Característica s del Grupo	Datos de la Muestra del Grupo(guanacia anual)	Número de Individuos en Cada Grupo	Peso del Grupo	Contribución del Grupo al Promedio
①	②	③	④	⑤	⑥= ③ X ⑤
Grupo 1	Ninguna	$\$100_k$	20 barberías	20%	$\$20_k$
Grupo 2	Ninguna	$\$50_k$	50 barberías	50%	$\$25_k$
Grupo 3	Ninguna	$\$–30_k$	30 barberías	30%	$\$-9_k$
Total			**100 barberías**	**100%**	**$\$36_k$ promedio**

¿Qué hacemos con el promedio? Sea paciente.

La Barbería de Pablo
Pablo, un muchacho muy talentoso que trabajaba allí como peluquero, decide también él considerar la posibilidad de instalar una barbería propia. Pablo no tiene amigos que sean dueños de barberías. Pero él es una persona inteligente y decidió consultar a un asesor económico.

El asesor estudió las posibilidades y le presentó a Pablo sus conclusiones, según sigue:

Existe una posibilidad del 70% que la barbería gane $\$100_k$ al año.
Y hay una posibilidad de 30% que pierda $\$50_k$ por año.

El Significado de las Conclusiones del Asesor
El significado de las conclusiones del asesor es simple. A su forma de ver, si Pablo abriese hoy muchas barberías, (por ejemplo: 1,000) entonces el 70% de ellas tendrían un beneficio anual de $\$100_k$ y el 30% de ellas perderían $\$50_k$ por año.

Para simplificar el ejemplo, cuidamos que los datos del asesor contengan sólo dos datos de observación posibles: ganancia de $\$100_k$, y pérdida de $\$50_k$.

Es imposible saber si el análisis del asesor es correcto o no, pero esa es su evaluación y asumiremos que Pablo lo usa.

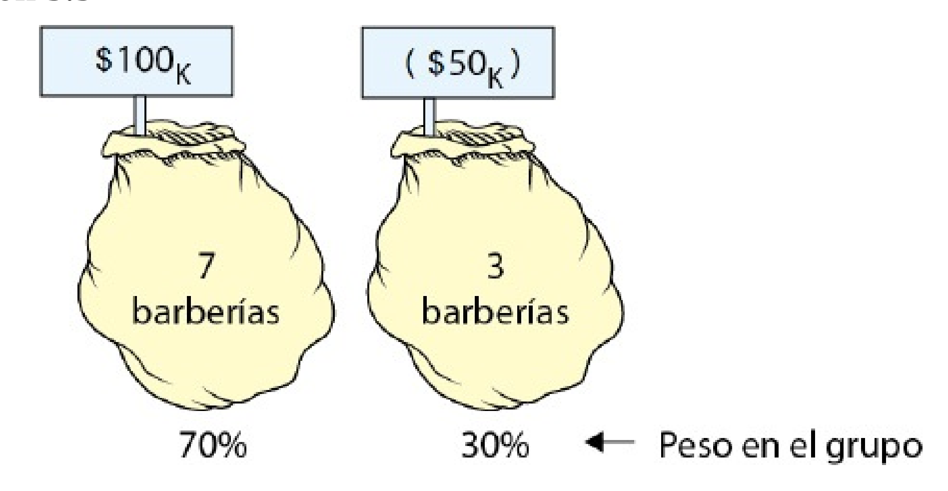
Cálculo de la Ganancia Media Según los Datos del Asesor
En este ejemplo es más adecuado usar el término **expectativa**, que reemplaza al término **promedio**. Usaremos dos métodos para hacer el cálculo:

1. **El Método al que estamos acostumbrados**, y para ello supondremos que Pablo abre 10 barberías, y que ellas se dividen entre barberías rentables y barberías deficitarias exactamente de acuerdo a la apreciación del asesor.
2. **El Método Corto**

Calculo Según el Método Conocido
Organización de los Datos:
Población Objetivo – 10 barberías.
Datos de las Muestras – existen 2 posibilidades: 100_k, y $\$(50_k)$.

Presentación de los Datos en una Ilustración

Ilustración 3.5



Los datos son presentados en una tabla

Tabla 3.9

Numeración del Grupo	Características del Grupo	Datos de la Muestra del Grupo (ganancias de las barberías)	Número de Individuos en el Grupo	Peso del Grupo	Contribución del Grupo al Promedio
①	②	③	④	⑤	⑥= ③ X ⑤
Grupo 1	Ninguna	$\$100_k$	7	70%	$\$70_k$
Grupo 2	Ninguna	$\$(50_k)$	3	30%	$\$(15_k)$
Total				**100%**	**$\$55_k$ expectativa**

Es decir, la expectativa de ganancias de cada barbería es de $\$55_k$.

El Método Corto

Antecedentes
En sus conclusiones, el asesor ya ha ordenado las muestras en grupos y también

ha dado pesos a los grupos. Todo lo que tenemos que hacer es multiplicar los datos de las muestras por sus pesos respectivos.

Términos con Significados Idénticos:

1. Promedio y Expectativa

Promedio y expectativa son dos términos que tienen el mismo significado. En el libro de "**Fundamentos de la Estadística**" se explica con expansión cuándo es adecuado utilizar uno de ellos y cuándo el otro. Aquí solo indicaremos que es acertado usar el término **expectativa** cuando el cálculo se basa en **probabilidades**, y usar el término **promedio** cuando el cálculo se basa en el **peso relativo**.

2. Peso Relativo, Probabilidades y Posibilidad

El peso relativo, la probabilidad y la posibilidad son tres términos que poseen el mismo significado. En el libro de "**Fundamentos de la Estadística**" se explica en detalle cuándo es adecuado utilizar cada uno de esos términos.

En este libro no ampliaremos. Cada uno es libre de usar cada uno de los términos de acuerdo al tema y a sus convicciones internas (que generalmente son precisas).

Explicación

Considerando lo dicho por el asesor, nosotros suponemos que existen dos valores posibles de datos de observación.

1. $\$100_k$ (ganancia).
2. $\$–50_k$ (pérdida).

De acuerdo a esas dos observaciones organizaremos dos grupos. El peso de cada grupo es la posibilidad de que ocurra ese evento, tal como la estimó el asesor. Dado que el significado de la palabra **posibilidad** es que sin importar cuántas barberías se abran, 70% de ellas estarán en el grupo de los $\$100_k$ y 30% en el grupo de los $\$50_k$.

En consecuencia, llenaremos la tabla ahorrándonos los cálculos en la columna 5 (las cuales ha determinado el asesor).

Tabla 3.10

Numeración del Grupo	Características del Grupo	Datos de la Muestra del Grupo (ganancias de las barberías)	Número de Individuos en el Grupo	Peso del Grupo	Contribución del Grupo al Promedio
①	②	③	④	⑤	⑥= ③ X ⑤
Grupo 1	Ninguna	$\$100_k$	Irrelevante	70%	$\$70_k$
Grupo 2	Ninguna	$\$-50_k$	Irrelevante	30%	$\$-15_k$
Total				**100%**	**$\$55_k$ expectativa**

Roberto También está Considerando Abrir una Barbería

De manera no sorprendente, gran parte del público siente atracción hacia el ramo de las barberías, y entre ellos también Darío, quien trabaja en un taller mecánico.

Darío no tiene amigos peluqueros y tampoco tiene dinero disponible para pagar a asesores. Él solicitó nuestra ayuda. Nosotros le propusimos que piense en la forma aceptable en estos casos, y ella es que se imagine que le es posible abrir numerosas barberías y que existen sólo 4 resultados posibles con respecto a la ganancia anual:

1. $\$100_k$.
2. $\$70_k$.
3. $\$20_k$.
4. $\$–50_k$.

Le instruimos que tratara de estimar como estas barberías imaginarias estaban distribuidas (divididas) entre los cuatro resultados posibles, o para simplificar, que porcentaje de las barberías ganarían $\$100_k$, que porcentaje $\$70_k$, que porcentaje $\$20_k$ y que porcentaje perdería $\$50_k$.

Le pedimos que colocara sus estimados en la columna 5 de la Tabla 3.11 y que a partir de ellas calcule los valores de la columna 6 y el valor esperado de la ganancia anual.

Tabla 3.11

Numeración del Grupo	Características del Grupo	Datos de la Muestra del Grupo (ganancias de las barberías)	Número de Individuos en el Grupo	Peso del Grupo	Contribución del Grupo al Promedio
①	②	③	④	⑤	⑥= ③ X ⑤
Grupo 1	Ninguna	$\$100_k$	-----	20%	$\$20_k$
Grupo 2	Ninguna	$\$70_k$	-----	20%	$\$14_k$
Grupo 3	Ninguna	$\$20_k$	-----	50%	$\$10_k$
Grupo 4	Ninguna	$\$(50_k)$	-----	10%	$\$(5_k)$
Total			**100**	**100%**	**$\$39_k$ expectativa**

Según las estimaciones de Roberto, la expectativa de ganancias es de $\$39_k$.

Uso de la Expectativa – Ventajas y Desventajas

Volveremos al ejemplo de Miguel y su barbería. Miguel no se dispone a abrir 100 barberías sino solamente una y, desde ya, existe una posibilidad que sea precisamente él quien pierda todos los años. El no puede justificarse al decir que la expectativa estaba a su favor. Pablo y Roberto también pueden resultar perdiendo dinero.

Porque Necesitamos la Expectativa
La respuesta es simple. La expectativa nos da la evaluación con respecto a las posibilidades de éxito o fracaso. Si Miguel abriese 100 barberías o 1,000 barberías, y si el beneficio que ellas rindieran correspondiese exactamente a nuestras suposiciones respecto a la posibilidad de ganancia o pérdida, la ganancia promedio de las barberías sería igual a la expectativa matemática de beneficio anual. Cuanto más grande sea la expectativa de beneficio, más va a crecer la disposición de Miguel a abrir una barbería.

Cuando la expectativa de beneficio es negativa, existe una gran posibilidad que la barbería de Miguel pierda.

Seleccionaremos dos Escenarios que se refieren a la apertura de una barbería, y compararemos los dos valores esperados de beneficio:

- **Escenario 1** – Apertura de una barbería en la Ciudad Capital. Los datos del escenario son presentados en la tabla 3.12, columnas 1 y 2.
- **Escenario 2** – Apertura de una barbería en otra ciudad del país. Los datos del escenario son presentados en la tabla 3.13, columnas 1 y 2.

Escenario 1 – Ciudad Capital		
Tabla 3.12		
Ganancia (Perdida) Anual	**Posibilidad**	**Contribución a la Expectativa**
①	②	③ = ① X ②
$\$100_k$	80%	$\$80_k$
$\$70_k$	10%	$\$7_k$
$\$–10_k$	10%	$\$–1_k$
Expectativa		$\$86_k$

Escenario 2 – Otra Ciudad		
Tabla 3.13		
Ganancia (Perdida) Anual	**Posibilidad**	**Contribución a la Expectativa**
①	②	③ = ① X ②
$\$100_k$	10%	$\$10_k$
$\$70_k$	10%	$\$7_k$
$\$–10_k$	80%	$\$–8_k$
Expectativa		**$\$9_k$**

La expectativa de ganancia (o ganancia promedio) en la Capital es igual a $\$96_k$; más alto que el de la otra ciudad, que iguala $\$9_k$. Por lo tanto, de acuerdo a los datos del ejemplo, es preferible abrir la barbería en la Ciudad Capital del país.

Desviación Estándar – σ

Introducción por medio de un Ejemplo
En el país A se celebra todos los años un torneo de jugadores de Baloncesto para elegir al campeón de emboques desde media cancha. Cada uno de los clubes de Baloncesto envía un representante al torneo. Cada participante lanza 10 veces desde media cancha.

El ganador del Torneo (quien emboque más tiros a la cesta) recibe un premio de $1 millón, y su entrenador en el club también recibe la misma suma.

En el club de baloncesto "**Glorias**", el entrenador elije a su representante de entre cuatro jugadores sobresalientes de la siguiente manera:
• El hace que cada jugador pase cinco rondas de 10 lanzamientos de media cancha.
• El elige el jugador con el promedio más alto en las cinco rondas.

La siguiente tabla muestra los resultados de las rondas de lanzamientos de los jugadores:

Tabla 3.14

	Jugador 1	Jugador 2	Jugador 3	Jugador 4
Resultados de la ronda 1	1 emboque	3 emboques	6 emboques	8 emboques
Resultados de la ronda 2	0 emboques	2 emboques	4 emboques	2 emboques
Resultados de la ronda 3	2 emboques	4 emboques	6 emboques	8 emboques
Resultados de la ronda 4	0 emboques	0 emboques	4 emboques	1 emboque
Resultados de la ronda 5	2 emboques	6 emboques	5 emboques	6 emboques
Total de emboques	5 emboques	15 emboques	25 emboques	25 emboques
Promedio por Ronda	**1 emboque**	**3 emboques**	**5 emboques**	**5 emboques**

Los jugadores 3 y 4 embocaron el promedio más alto de cestos por ronda (5 cestos por ronda). El entrenador de **Glorias** tiene que elegir a uno de los dos y él

le solicita a Ud. que lo ayude en la elección.

El también le menciona dos datos importantes:

1. El ganador del torneo del año pasado tuvo un promedio de 4 emboques por ronda.
2. El entrenador ganará $1 millón si su representante gana.

De la observación de los resultados en la tabla parece razonable que elija al jugador no. 3, dado que la **volatilidad** (es decir, falta de consistencia) en el número de sus emboques de ronda a ronda es relativamente pequeña, y ella va a poner menos en peligro el premio del entrenador, en comparación a otros jugadores. Si el jugador no. 3 hubiera podido dar expresión a su presente capacidad en el torneo del año pasado, habría tenido una buena posibilidad de ganar el primer puesto - o por lo menos compartirlo, ya que en ninguna ronda embocó menos de 4 cestos. Por otro lado, el jugador no.4 acusa una variación más alta de ronda a ronda. Si él hubiese participado en el torneo del año pasado habría también una posibilidad de que embocase menos de 4 cestos por ronda.

La Volatilidad (en Emboques) se Interpreta como un Factor de Riesgo

A efectos de la explicación que sigue usaremos también la palabra **inestabilidad** como sinónimo de la palabra **volatilidad**. A continuación hacemos una comparación entre **inestabilidad** y **volatilidad** en 3 situaciones:

1. Inestabilidad = volatilidad.
2. Estabilidad completa = ausencia de volatilidad.
3. Mayor estabilidad = menor volatilidad.

Ante los ojos de la mayoría de las personas, la volatilidad en los emboques del jugador no. 4 pone más en peligro el premio del entrenador que la estabilidad del jugador no. 3 a pesar de que ambos ostentan la misma media de emboques. En el sector financiero, el riesgo está relacionado a la volatilidad. Más riesgo es relacionado con una volatilidad más alta.

Ilustración 3.6 – Jugador 3

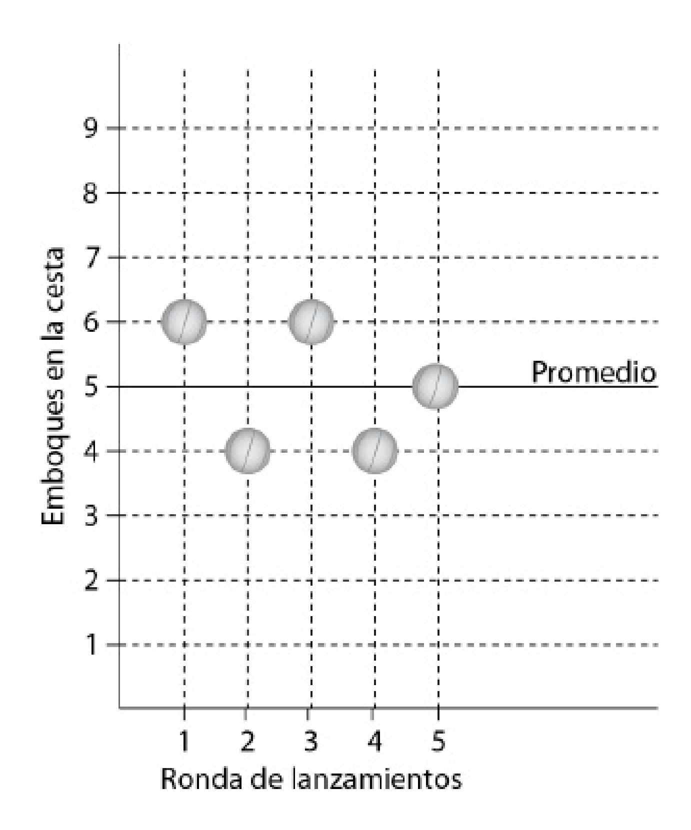
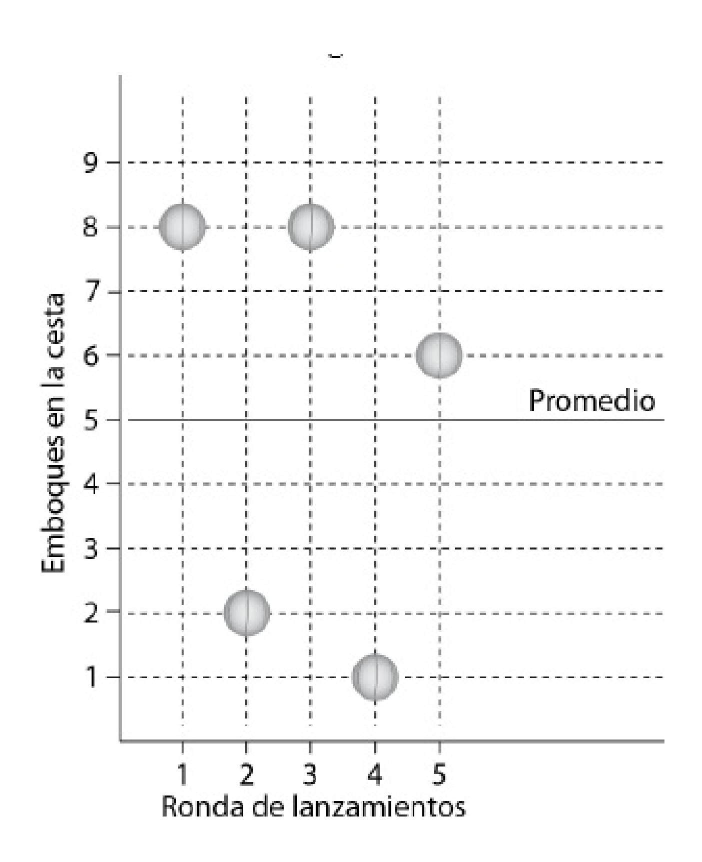


Ilustración 3.7 – Jugador 4



Ejemplo:
Manuel compró acciones de dos bancos: Banco A y Banco B.
A cambio de las acciones de cada banco él pagó $1,000 y en total invirtió $2,000.
A fines de cada mes los bancos le informaron de la rentabilidad de su inversión en ese mes, y él reunió los resultados en la Tabla 3.15. Los porcentajes de beneficio en cada mes se refieren al importe original de la inversión.

Por ejemplo, en el primer mes él ganó $10 en el Banco A (que es el 1% de $1,000) y en el Banco B ganó $30 (que equivalen al 3% de $1,000). Manuel anotó en la tabla 3.15 la ganancia en porcentajes.

En el segundo mes, él ganó en el Banco A nuevamente $10 (1%), y en el Banco B perdió $20 (-2%).
En el sexto mes él ganó en el Banco A nuevamente $10 (1%), y en el Banco B perdió $50 (-5%).

Tabla 3.15 –Datos de la Ganancia Mensual (en Porcentaje) para las Acciones Bancarias
Los porcentajes de ganancia se refieren a la inversión original ($1,000 en acciones de cada uno de los bancos).

Mes	Acciones del Banco A	Acciones del Banco B
1er mes	1%	3%
2do mes	1%	-2%
3er mes	1%	5%
4to mes	1%	-3%
5to mes	1%	8%
6to mes	1%	-5%
Ganancia promedio por Mes	**1%**	**1%**

Al cabo de 6 meses Manuel calculó el beneficio medio de las acciones de cada banco y se sorprendió en descubrir que tuvo una ganancia promedio de 1% por mes (o $10) de las acciones de cada uno de los bancos. El promedio de ganancia mensual es idéntico en los 2 bancos.

Sin embargo, cuando observamos la **volatilidad** de la ganancia de un mes al otro, se puede apreciar que la ganancia de las acciones del Banco A es muy estable mientras que los beneficios de las acciones del Banco B eran extremadamente volátiles. No hay estabilidad en el beneficio y por lo tanto no se puede “contar” con él.

En esta situación, en la cual las acciones de los dos bancos nos devengan el mismo promedio de beneficio mensual, preferiremos invertir en las acciones cuya volatilidad sea menor; es decir, cuya rentabilidad mensual sea más estable.

Una Medida de la Volatilidad

Volvamos al ejemplo del baloncesto.

La elección del jugador no. 3 (y no el jugador no.4) en ese ejemplo, se hizo solamente en base a la apreciación visual. Empero, los economistas han desarrollado una “herramienta” más científica, asombrosamente simple, para examinar la variabilidad. Esa “herramienta” es conocida como la **desviación estándar**, y se la señala por medio de la letra griega **σ**.

Calculando la Desviación Estándar del Jugador no. 4

Demostrando el cálculo usando la Tabla 3.16.

1. **Columna 2** – Llenaremos en ella los datos correspondientes a los “emboques” en cada ronda y calcularemos la media M (en el renglón 6) que es igual a 5

emboques.
2. **Columna 3** - Llenaremos la columna a todo su largo con el valor de la media.
3. **Columna 4** - Calcularemos en ella la diferencia entre el número de emboques en cada ronda (columna 2) y la media M de emboques (columna 3), renglón por renglón.
4. **Columna 5** - En cada renglón elevaremos **al cuadrado** (a la potencia 2) la diferencia de la columna 4 [Ej.; en el renglón 4: (-4)2 = 16]. En el renglón 6 de esta columna se calcula la media de todos los resultados en esta columna (= 8.8).
5. **Columna 6** - En el renglón 6 se calcula la raíz cuadrada de la media de los resultados de la columna 5 (= 8.8). El resultado obtenido es la desviación estándar (= 2.966).

El uso de la palabra "Distancia" en lugar de "Diferencia"
En varias situaciones corresponde más utilizar el término "**distancia del promedio**" en lugar de "**diferencia con respecto al promedio**". Por ejemplo; cuando se mide la altura de niños es más adecuado usar la frase: **la distancia** entre los resultados y el promedio es 20 cm, en lugar de: "la diferencia entre los resultados y la media es 20 cm".

Tabla 3.16

No. de Ronda	Numero de Emboques por Ronda	Promedio de Emboques (M)	Diferencia entre el No. de Emboques y el Promedio	Cuadrado de la Diferencia	Raíz Cuadrada
①	②	③	④= ②– ③	⑤= ④²	⑥= √(total de ⑤)
Ronda 1	8	5	3	9	
Ronda 2	2	5	-3	9	
Ronda 3	8	5	3	9	
Ronda 4	1	5	-4	16	
Ronda 5	6	5	1	1	
	5 promedio			8.8 promedio	√8.8=2.966 Desviación Estándar

Unidades de Medición para la Desviación Estándar

La desviación estándar se mide en las mismas unidades de medida de los datos.

A. Cuando los datos son las alturas de niños en cm, la desviación estándar

se mide en cm.

B. Cuando los datos son el número de emboques al cesto – la desviación estándar se mide en número de emboques al cesto.

C. Cuando los datos son los de pescados en Kg, la desviación estándar se mide en Kg.

Calculando la Desviación Estándar del Jugador No. 3

Tabla 3.17 - Complete la información faltante en la tabla usted mismo.

No. de Ronda	Numero de Emboques por Ronda	Promedio de Emboques (M)	Diferencia entre el No. de Emboques y el Promedio	Cuadrado de la Diferencia	Raíz Cuadrada
①	②	③	④= ②– ③	⑤= $④^2$	⑥= √**(total de** ⑤**)**
Ronda 1	6				
Ronda 2	4				
Ronda 3	6				
Ronda 4	4				
Ronda 5	5				
	5 promedio	→ ↑		**0.8** promedio	**√0.8=0.894** Desviación Estándar

La desviación estándar de los emboques del jugador no. 3 es significativamente menor que la desviación estándar de los emboques del jugador no. 4

El Significado de la Desviación Estándar (σ)

La desviación estándar da expresión a la media de las diferencias entre los resultados (o datos) individuales y la media de los mismos, pero no es idéntica a ella, como vamos a aclarar. Para no confundirnos, marcaremos a la media de los resultados (o datos en Gral.) con la letra M. Cuanto más grande sea la diferencia entre los datos individuales y M, más grande va a ser la desviación estándar.

Es decir, cuanto más grande sea la dispersión de los resultados en relación a la media (M) de los mismos, más grande va a ser la desviación estándar.

La diferencia entre los resultados (o datos) y **el promedio** se mide siempre como un valor positivo. No hay diferencia si el dato es menor o mayor que **el promedio**. La desviación estándar no es **el promedio de las diferencias**, pero en muchos casos se acerca mucho al **promedio de las diferencias** e incluso le iguala.

Como hemos visto en la Tabla 3.16, el cálculo de la desviación estándar es de la siguiente manera:

1. Se elevan al cuadrado las diferencias entre los datos individuales y su media.
2. Se calcula la media de los cuadrados de las diferencias.
3. Se calcula la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de las diferencias (el cálculo de la raíz cuadrada viene a cancelar la influencia de elevar las diferencias al cuadrado).

Esta serie de acciones es la causa de las diferencias entre **la desviación estándar** y **el promedio de las diferencias.**
Marcaremos las diferencias entre la **desviación estándar** y el **promedio de las diferencias** por medio de un ejemplo que se relaciona con las notas en Matemáticas de 6 salones del decimosegundo grado (numerados del 1 al 6). Cada salón tiene 10 estudiantes.

La nota más alta es 11 (sobresaliente ++) y la más baja es 1.

La nota media en cada una de los salones es 6.

La distribución de las notas en c/u de los salones presentada en la Tabla 3.18.

Por ejemplo: en el decimosegundo grado, la clase no.1 (la primer fila):

1 un alumno recibió una nota de 8,

2 alumnos recibieron una nota de 7,

4 alumnos recibieron una nota de 6,

2 alumnos recibieron una nota de 5,

1 alumno recibió una nota de 4.

Al ver la tabla 3.18, vemos que mientras más bajas las filas, las notas están más dispersas alrededor de la nota promedio en comparación del caso de las notas más altas.

Este hecho es obviamente reflejado en el cálculo de la media de las diferencias (columna 14) y de la desviación estándar (columna 15).

A partir del renglón 5, la columna 14 se iguala a la columna 15.

Los datos en las columnas 14 y 15 se miden en puntos de las notas. Por ejemplo, en el renglón 3 la media de diferencias (con respecto a M) es 2.4 puntos y la desviación estándar es 2.45 puntos.

Tabla 3.18

Nota	11 pts.	10 pts.	9 pts.	8pts.	7 pts.	6 pts.	5 pts.	4 pts.	3 pts.	2 pts.	1 pt.
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Salón no. 1				☺	☺ ☺	☺ ☺ ☺ ☺	☺ ☺	☺			
Salón no. 2			☺ ☺		☺ ☺	☺ ☺	☺ ☺		☺ ☺		
Salón no. 3			☺ ☺	☺ ☺ ☺				☺ ☺ ☺	☺ ☺		
Salón no. 4		☺ ☺ ☺	☺ ☺						☺ ☺	☺ ☺ ☺	
Salón no. 5		☺ ☺ ☺ ☺ ☺								☺ ☺ ☺ ☺ ☺	
Salón no. 6	☺ ☺ ☺ ☺ ☺										☺ ☺ ☺ ☺ ☺

	Cálculos		
Nota	Promedio (M)	Diferencia Promedio	Desviación Estándar (σ)
(1)	(13)	(14)	(15)
Salón no. 1	6 pts.	0.8 pts.	1.1 pts.
Salón no. 2	6 pts.	1.6 pts.	2 pts.
Salón no. 3	6 pts.	2.4 pts.	2.45 pts.
Salón no. 4	6 pts.	3.6 pts.	3.63 pts.
Salón no. 5	6 pts.	4.0 pts.	4.0 pts.
Salón no. 6	6 pts.	5.0 pts.	5.0 pts.

Distribución Simétrica

En el ejemplo anterior, en cada una de las clases, la distribución de las notas a ambos lados de la media es simétrica. Esto equivale a decir: el número de alumnos que recibieron una nota más alta que la media, en un número particular de puntos, es igual al número de alumnos que recibieron una nota más baja que la media en el mismo número de puntos. Cuando la distribución se aleja de la simetría, son posibles diferencias grandes entre la desviación estándar y la media de las diferencias.

Un Término Nuevo - Distribución de los Resultados (o Distribución de las Muestras)

Cuando clasificamos los resultados que recibimos en grupos, y calculamos el peso relativo de cada grupo, el cuadro que recibimos se denomina **distribución de los resultados**. El cuadro de la distribución de los resultados es presentado generalmente en una tabla, como por ejemplo la Tabla 3.19 que se refiere a los resultados de las notas en Aritmética del 1er. grado.

De hecho, el uso del renglón 1 en la Tabla 3.19 es innecesario dado que la nota de cada grupo (en el renglón 2) se usa generalmente también como **nombre del grupo**. De manera general, se acostumbra a denominar a los grupos en base a los resultados que ellos "almacenan".

Por ejemplo: El grupo con nota de 10 puntos se denomina (cortamente) el grupo de 10 puntos. El grupo con nota de 7 puntos se denomina: el grupo de 7 puntos. El grupo con 4 visitas en el taller se denomina: el grupo de 4 visitas.

Tabla 3.19 –La distribución de los resultados (de los estudiantes del primer grado en aritmética)

Nombre del Grupo	Grupo 6	Grupo 5	Grupo 4	Grupo 3	Grupo 2	Grupo 1
Notas en Puntos	10 pts.	9 pts.	8 pts.	7 pts.	6 pts.	5 pts.
Peso Relativo del Grupo	5%	10%	40%	40%	10%	5%

Si agregamos las columnas 3 y 5 en las Tablas 3.16 y 3.18, obtenemos una tabla de la distribución de resultados.

La tabla de distribución de resultados es suficiente para calcular la expectativa (o promedio) al multiplicar los dos datos para cada grupo y sumar los resultados.

En toda pregunta en la cual se le pida calcular la expectativa, construya una tabla de la distribución de los resultados.

Ejemplo:
Una rata blanca puede dar a luz en un solo parto entre 2 y 8 crías (nota: todos los datos en esta pregunta no son zoológicamente precisos y fueron adoptados solo para ejemplificar el cálculo de la expectativa).

En una granja experimental se registraron en un año determinado 100,000 camadas de ratas blancas Del seguimiento del número de críos en cada parto, surgen los resultados expuestos en la tabla 3.20, columnas 2 y 3.

Tabla 3.20

No. del Grupo	Características del Grupo	No.de camadas incluidas en el Grupo	Peso del Grupo	Contribución del Grupo a la Expectativa
①	②	③	④	⑤ = ② X ④
Grupo 1	2 crías en la camada	5,000 camadas	5%	0.1
Grupo 2	3 crías en la camada	15,000 camadas	15%	0.45
Grupo 3	4 crías en la camada	20,000 camadas	20%	0.8
Grupo 4	5 crías en la camada	25,000 camadas	25%	1.25
Grupo 5	6 crías en la camada	20,000 camadas	20%	1.2
Grupo 6	7 crías en la camada	10,000 camadas	10%	0.7
Grupo 7	8 crías en la camada	5,000 camadas	5%	0.4
Total		**100,000 camadas**	**100%**	**4.9 expectativa**

Explicación de la Tabla 3.20:
En esta tabla los partos están clasificados en grupos de acuerdo al número de crías.

- Todos los partos que dieron 2 crías se incluyen en el Grupo 1 (en total: 5.000 partos).
- Todos los partos que dieron 3 crías se incluyen en el Grupo 2 (en total: 15.000 partos). Y así sucesivamente.

Calcule cuál es la expectativa del número de crías en un parto.

Pista: Las columnas 2 y 4 reflejan la **tabla de distribución de los resultados.**

El valor esperado = 4.9 crías. **verdadero/falso**

Nota:
Se puede calcular la expectativa (o valor esperado) también por medio de las columnas 2 y 3 solamente. En cada grupo se multiplican los valores de las columnas 2 y 3 y el resultado es el número de crías que fueron paridos en ese grupo.

Si totalizamos (sumamos) los resultados de la multiplicación en cada grupo, obtendremos como resultado el número de crías que fueron paridos en todos los 100,000 partos en la granja. El resultado es 490,000.

Si dividimos los resultados en 100,000 partos, recibiremos el número de crías por parto, que es la expectativa (4.9).

Preguntas – Términos Clave

Lea las siguientes aseveraciones y señale cuáles son ciertas y cuáles no:

1. La desviación estándar es una buena medida de la volatilidad en el precio de acciones. **verdadero/falso**
2. Si el valor esperado del beneficio anual de una acción es 15%, eso significa que los que poseen esa acción ganan todos los años con certeza 15%. **verdadero/falso**
3. La distribución de la población-objetivo en grupos es un proceso importante en el cálculo de la media aritmética o de la expectativa matemática.**verdadero/falso**
4. Si se conoce el número de elementos (o individuos) en cada grupo, es posible calcular el peso de cada grupo. **verdadero/falso**
5. La desviación estándar es señalada por medio de la letra griega β. **verdadero/falso**
6. Del significado del término “parte relativa” y el término “peso”, según aparecen en este capítulo, se desprende que son dos conceptos distintos el uno del otro. **verdadero/falso**

Observaremos ahora dos series de números; la serie A: 5, 5, 5, 5, 5 y la serie B: 10, 10, 5, 0, 0.

7. Las dos series tienen idéntica media. **verdadero/falso**
8. Las dos series tienen la misma desviación estándar (conteste sin calcular). **verdadero/falso**
9. La desviación estándar de la serie B es más grande. **verdadero/falso**
10. La pregunta está relacionada con el ejemplo de los partos de ratonas blancas.

    Conteste a la siguiente pregunta de cálculo, de acuerdo al orden de los distintos ítems:

    Un zoólogo condujo una investigación en base a 10 ratonas que parieron, y anotó el número de crías en cada parto. Los resultados son: 4, 3, 5, 6, 7, 3, 5, 6, 4, 5.

    a. ¿En cuántos grupos (según en número de crías) se puede distribuir a la población objetivo?

    b. ¿Cuál es el peso de cada grupo?

    c. ¿El peso de cada grupo es idéntico al peso en el ejemplo original?

    d. Calcule la media de crías por parto (multiplique el número de crías del

grupo por su peso).

e. ¿El valor medio que Ud. calculó en el ítem d) es idéntico a la expectativa 4,9?

f. Calcule la desviación estándar.

11. Diana adquirió una acción hace 4 días. En cada uno de los días el precio de la acción subió en 1%. En este caso, tanto la media como la expectativa de beneficio diario son 1%. **verdadero/falso**
12. Si dos grupos de números tienen el mismo valor esperado, también las desviaciones estándar de los dos grupos serán idénticas. **verdadero/falso**
13. Cuanto más grande sea la desviación estándar, la distancia entre los números que componen la serie y el valor medio de los mismos va a ser más pequeña. **verdadero/falso**
14. La desviación estándar no puede ser un número negativo. **verdadero/falso**
15. En la Rambla de Punta del Este, un hombre le propone a Ud. un trato. Ud. arrojará una moneda. Si la moneda cae sobre el lado de la “cara”, Ud. recibirá 10, y si la moneda cae sobre el lado del número (“seca”), Ud. deberá pagarle 20. En este caso, el valor esperado de su beneficio es de 15. **verdadero/falso**
16. Le exponemos aquí los datos estadísticos relacionados a dos inversiones:

	Inversión 1	**Inversión 2**
Expectativa	$1,000	$1,000
Desviación Estándar	$2.2	$4.6

En este caso, es razonable que Ud. prefiera a la Inversión no. 1 dado que es menos peligrosa. **verdadero/falso**

Capitulo 4 – Canasta de Acciones



Introducción

El término **canasta (o cartera) de acciones** define a un grupo específico de acciones.

Un ejemplo de una **canasta de acciones** es el **Índice Industrial Dow Jones**, el cual incluye las acciones de las 30 más grandes compañías (industriales) en los Estados Unidos.

Dow y Jones son los apellidos de las personas que trazaron esta canasta.

Standard & Poor es un índice de acciones que incluye las acciones de 500 de las más grandes compañías en los EEUU.
Standard y Poor son los apellidos de las personas que trazaron esta canasta.

Calculando el Precio de una Canasta de Acciones

El cálculo del precio del índice en todo momento resulta del total de todas las acciones incluidas en él.
Por ejemplo, usaremos la tabla de componentes del **Dow Jones** para monitorear los cambios en la canasta de acciones del Dow Jones el 17 de agosto del 2008.

Explicación de la Tabla 4.1 (En la siguiente pagina):

Columna 1 es la lista de algunas de las 30 compañías cuyas acciones son incluidas en el Dow Jones.

Columna 2 es la cantidad de acciones en cada una.

Columna 3 es el precio de la acción el 17 de agosto del 2008 (El precio se refiere al precio de la acción en Dólares).

Columna 4 es el valor de mercado de las compañías. Por ejemplo, el valor de mercado de 3M Co. (la primera fila) es de $73.16 billones (redondeado).

Columna 5 – Cada fila en la columna representa su participación relativa (peso) del valor de la canasta, es decir, que porcentaje contribuye cada empresa al valor de la canasta.

Columna 6 – El símbolo de la Acción.

Tabla 4.1- Algunos de los Componentes del Dow Jones (la información es aproximada)

Nombre de la Compañía	Numero de Acciones	Cierre en USD	Valor de Mercado (en billones de USD)	Peso (%)	Ticker
3M Co.	995,509,593	73.49	73.16	5.131	MMM
Alcoa Inc.	813,266,268	31.81	25.87	2.222	AA
American Express Co.	1,159,457,384	39.07	45.3	2.728	AXP
American International Group Inc.	2,688,995,215	22.99	61.82	1.605	AIG
AT&T Inc.	5,892,924,826	31.66	186.57	2.210	T
Bank of America Corp.	4,560,260,586	30.7	140	2.143	BAC
Boeing co.	740,263,770	64.45	47.71	4.500	BA
Caterpillar Inc.	608,670,931	70.35	42.82	4.912	CAT
Chevron Corp.	2,054,480,712	84.25	173.09	5.883	CVX
Citigroup Inc.	5,444,743,935	18.55	101	1.295	C
Coca-Cola Co.	2,311,478,387	55.06	127.27	3.844	KO
E.I.DuPont de Nemours & Co.	906,564,551	45.7	41.43	3.191	DD
Exxon Mobil Corp.	5,193,979,499	77.07	400.3	5.381	XOM
General Electric Co.	9,947,986,577	29.8	296.45	2.080	GE
General Motors Corp.	566,189,624	11.18	6.33	0.780	GM

Índice de una Canasta de Acciones

El índice de una canasta de acciones expresa los cambios acontecidos en el precio de la misma. Los cambios en el precio de la canasta pueden ser presentados tanto como puntos o porcentajes.

Conviene recordar que un índice se caracteriza porque en el primer día en el cual se comienza a seguir el precio de la canasta correspondiente, el precio de la canasta en ese día es traducido a 100 puntos o 100%. De ahí en adelante, el índice en puntos cambia de día a día, en la misma medida en que cambia el precio de la canasta.

Si el índice esta a 200 puntos en un día en especifico y el precio de la canasta sube un 3% entonces el índice subirá a 206 puntos.

El monitoreo del Índice Dow Jones empezó el 1 de enero de 1992 cuando este, por supuesto, totalizo 100 puntos.

Regresemos a la tabla de componentes del Dow Jones. El valor de la canasta era de $3,781 billones y el índice estaba a 11656.9 puntos. Cuando el cambio en el índice demostrado en porcentajes, el cambio entre dos fechas cualquiera refleja la ganancia (o perdida) promedio en porcentajes que cada Dólar invertido en la canasta ha producido.

En la tabla de componentes del Dow Jones, cada Dólar que estuvo en la canasta el 17 de agosto del 2008 (si final del día) produjo 0.04% al día siguiente, porque el índice también aumento en 0.04% también.

Cambios en el Peso de las Compañías en la Canasta

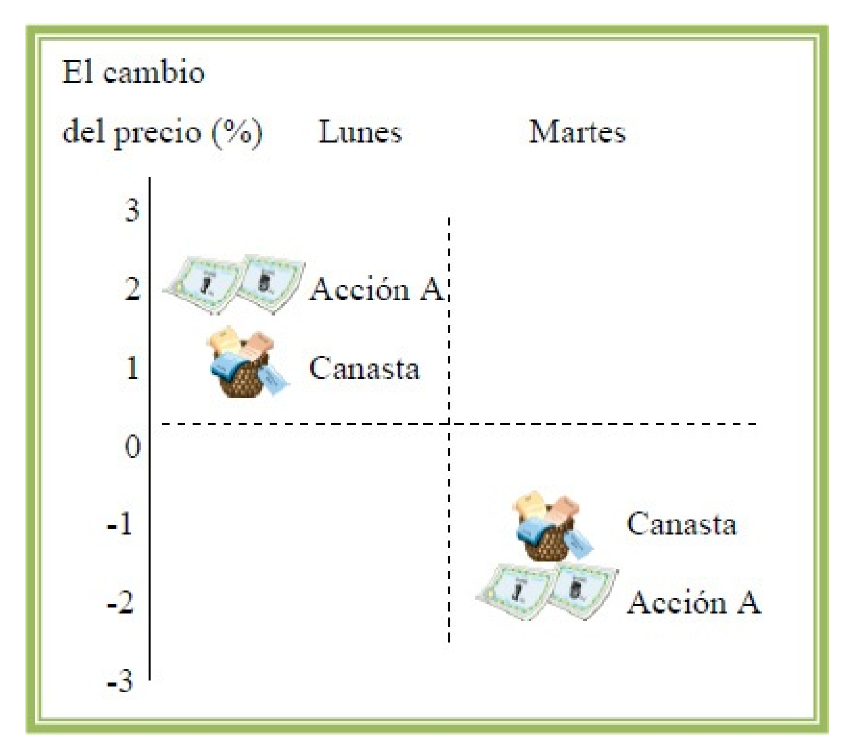
El valor de Mercado de cada compañía cambia todos los días como resultante del cambio en el precio de sus acciones. Cuando el precio de la acción de una compañía dada sube por más que el aumento en el valor de la canasta, el peso de la compañía en la canasta incrementa. Cuando el precio de las acciones de la compañía sube por menos que la razón de aumento del valor de la canasta, entonces el peso de la compañía en la canasta se reduce.

De la misma manera, el peso de una compañía también cambia cuando el precio de sus acciones case. Si el precio de sus acciones cae por más que el precio de la canasta su peso disminuye. Y si el precio de su acción cae en menor proporción que precio de la canasta, su peso aumenta.

Describiendo el Comportamiento de las Acciones Individuales comparado con la Canasta de Acciones

Cuando analizamos retrospectivamente (por ejemplo: un año hacia atrás) los logros de cada una de las acciones incluidas en la canasta, es decir: el retorno (o rendimiento) que la acción generó a los que invirtieron en ella, se puede clasificar a las acciones en cuatro grupos:

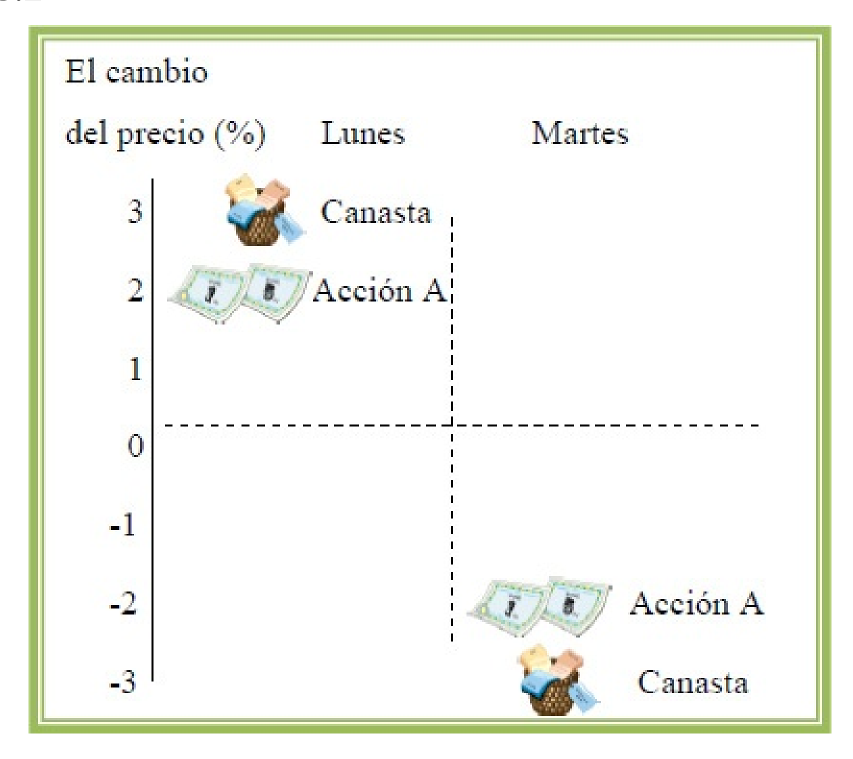
Ilustración 5.1



Grupo 1
Estas acciones usualmente aumentaron en una proporción mayor al de la canasta de acciones cuando esta subió, y cayeron en mayor proporción a la baja de la canasta e acciones.
Por ejemplo, el lunes, cuando el precio de la canasta aumento un 1%, el precio una acción en este grupo aumento un 2% (o cualquier otra cantidad mayor al 1%). El martes, cuando el precio de la canasta cae un 1.2% el precio de la acción cae un 1.8% (o cualquier cantidad mayor al 1.2%).

La Ilustración 5.1 describe su patrón de comportamiento. Las acciones de las compañías de seguros usualmente siguen este patrón.

Ilustración 5.2



Grupo 2

Estas acciones usualmente suben por debajo del alza en el precio de la canasta cuando esta sube.
Por ejemplo, el lunes, cuando el precio de la canasta subió un 3% el precio de una acción en este grupo aumento un 2% (o una cantidad menor del 3%). El martes, cuando el precio de la canasta cae 2.5%, el precio de la acción cae un 1.5% (o por cualquier otra cantidad menor que el 2.5%). La Ilustración 5.2 describe este patrón de comportamiento.

Las acciones de las compañías farmacéuticas usualmente siguen este patrón.

Ilustración 5.3



Grupo 3
Estas acciones se comportan en la forma contraria a la del precio de la canasta. Cuando los precios de la canasta suben el precio de las acciones cae y cuando el precio de la canasta cae, las acciones suben.
La Ilustración 5.3 describe este patrón de comportamiento. Las acciones de las compañías petroleras usualmente siguen este comportamiento.

Grupo 4
El comportamiento de estas acciones no tiene conexión con el comportamiento del precio de la canasta.
Por ejemplo, cuando el precio de la canasta cae, a veces ellas suben más que la canasta, otras, suben menos que la canasta y otras veces caen y caen de nuevo, etc.

Describiendo el Comportamiento de las Acciones usando el Índice β

El índice β expresa la conducta de los precios de una acción cualquiera en el período previo (por ejemplo: el último año) en relación a los precios de la canasta en el mismo período.

El índice β es el resultado obtenido por medio del uso de la fórmula, que toma en cuenta los rendimientos de la acción y los rendimientos de la canasta de acciones a todo lo largo del período.

No presentaremos aquí la fórmula, pero por otro lado analizaremos las implicaciones de su resultado, refiriéndonos a cada uno de los 4 grupos que identificamos previamente.

También asumimos que el comportamiento futuro de las acciones será idéntico a su comportamiento durante el periodo anterior.

Ejemplos:

Grupo 1

Cuando obtenemos β=2 para algunas acciones en el **Grupo 1** significa que:

1. En los días donde el precio de la canasta sube, esperamos que el precio de la acción suba el doble. Si el precio de la canasta sube un 1.1% en un día dado, esperamos que el precio de la acción suba un 2.2% (el doble).
2. Los días donde el precio de la canasta cae, esperamos que el precio de la acción baje el doble. Si un día dado, el precio de la canasta cae un 0.6%, esperamos que el precio de la acción caiga el doble, por ejemplo, un 1.2%.

β es mayor que 1 para todas las acciones en el Grupo 1.

La Ilustración 5.2 resume la explicación.

Grupo 2

β es menor que 1 para todas las acciones en el **Grupo 2**. Esto significa que cuando el precio de la canasta sube un porcentaje, el precio de la acción también sube, pero en menor cantidad.

Por ejemplo, si el β de una acción es 0.7, esto significa que si el precio de la canasta sube un 1%, entonces esperamos que el precio de la acción suba un 0.7% (1% X 0.7).

La Ilustración 5.2 demuestra porque β es menor que 1 para este grupo.

Grupo 3

β es negativo para todas las acciones en este grupo.

Por ejemplo, β puede ser -1.5 o -0.7.

El significado del numero negativo es el que la acción se comporta de la opuesta al del precio de la canasta (vea la Ilustración 5.3).

Mientras más opuesta es el comportamiento de la acción en contra del precio de la canasta, mayor será el numero negativo (-3 refleja un comportamiento más negativo que - 2).

Cuando β=-2, significa que cuando el precio de la canasta sube en un porcentaje dado (por ejemplo, 1%), se espera que la acción caiga el doble del aumento del precio de la canasta (-2%). Por otra parte, si el precio de la canasta cae un porcentaje dado (por ejemplo, 0.3%), se espera que el precio de la acción suba el doble que la caída de la canasta (+0.6%).

Grupo 4

Dejamos el significado de β para las acciones en este grupo a aquellos con conocimiento previo de la materia.

Preguntas – La Canasta de Acciones

Lea las siguientes aseveraciones y señale cuáles son ciertas y cuáles no:

1. Supongamos que en un día determinado los precios de todas las 25 acciones que integran el Índice Dow Jones subieron. Por lo tanto, en ese mismo día subió también el Índice Dow Jones. **verdadero/falso**
2. En un día determinado, el Índice Dow Jones igualaba 100 puntos. Luego de algunos días el índice llegó a ser igual a 105. En el curso de esos días el índice subió en 5%. **verdadero/falso**
3. En un día particular el valor del Índice Dow Jones era 200 puntos. Luego de algunos días el índice llegó a ser igual a 210. En el curso de esos días el índice subió en 10%. **verdadero/falso**
4. El Índice Dow Jones está integrado por 30 acciones. Supongamos que en un día particular los precios de las seis acciones más grandes en el índice subieron en un 2%. Las cinco acciones siguientes en importancia subieron de precio en un 1%, y las seis acciones de tercer orden de importancia subieron en 0% (su precio no se modificó). Las seis acciones de cuarto orden de importancia bajaron de precio en un 1%, y las seis acciones más pequeñas bajaron de precio en un 2%. Dado que la media (promedio) de los cambios es igual a 0, en ese día el valor del Índice Dow Jones no acusó cambios. **verdadero/falso**

5. Cuando el valor de mercado de la acción sube en un 5%, también el precio de la acción sube en la misma proporción. **verdadero/falso**

6. El beneficio total de la canasta de acciones en un día cualquiera es igual a la media (promedio) de los beneficios de las acciones incluidas en la canasta, según su proporción relativa en la canasta. **verdadero/falso**

7. Una acción determinada representa el 5% de la canasta de acciones. Si en un día determinado, el precio de esa acción sube en 20% y el precio del resto de las acciones en la canasta no cambia, el precio de la canasta sube en total en 1%. **verdadero/falso**

8. Una acción específica representa el 5% de la canasta de acciones. En un día determinado, el precio de esa acción baja en 20% y el precio del resto de las acciones en la canasta no cambia. Al día siguiente, la parte relativa de esa acción en la canasta va a ser mayor que el 5%. **verdadero/falso**
9. Una acción en particular representa el 5% de la canasta de acciones. Un día el precio de esa acción subió en 20% y el precio de todo el resto de las acciones en la canasta bajó en 20%. Al día siguiente, la parte relativa de esa acción en la

canasta va a ser mayor que el 5%. **verdadero/falso**

10. Beta (β) es el índice que refleja la medida del riesgo de la acción. **verdadero/falso**
11. Si el índice β de una acción específica es igual a 1, es una señal que la acción se comporta (su precio sube o baja) en forma y en proporción parecidas a las de la canasta de acciones. **verdadero/falso**

12. La acción A tiene un índice β igual a 1,5, y la acción B tiene β igual a 0,5. Un día particular, el precio de la canasta de acciones sube. En ese caso, la ganancia esperada para la acción B es mayor que la ganancia esperada para la acción A. **verdadero/falso**

13. La acción A tiene β=3, y la acción B tiene β=0,9. La acción B es más riesgosa que la acción. **verdadero/falso**

Capitulo 5 – Uso de una Calculadora



Cálculos y la Calculadora

Introducción

Cuando finalice la lectura de este capítulo tendrá Ud., el lector, las herramientas para realizar por su cuenta todos los cálculos que hasta ahora realizamos para Ud. En los capítulos precedentes. Primero le explicaremos nuevamente el concepto de interés compuesto y lo ejemplificaremos brevemente sin el uso de una calculadora.
Inmediatamente después pasaremos a la descripción detallada de todas las clases de cálculos, esta vez por medio de una calculadora financiera

Interés Compuesto

En el ejemplo que aparece en la Introducción al Capítulo 1, depositamos $2,000 en el banco durante dos años y el depósito recibe interés según la tasa anual de 5%. Deseamos calcular la suma de dinero que tendremos a nuestra disposición al cabo de dos años, o en términos más profesionales, el valor futuro dentro de 2 años de $2,000 depositados hoy. Teóricamente, esperaríamos recibir un interés acumulado del 10% por todo el período del depósito (5% en cada año) pero, de hecho, recibimos más. La razón es que, al final de cada año, la suma que recibimos como interés sobre el depósito se agrega al capital, y en el segundo año esa suma también acumulará interés. Esa forma de cálculo del interés se llama "interés compuesto".
Utilizaremos un ejemplo numérico para demostrar esto.
Asuma que, en vez de depositar $2,000 por dos años consecutivos, llevamos a cabo la siguiente secuencia de transacciones:

- Depositamos el dinero por un año.
- Al final del año retiramos el depósito.
- Tan pronto como hacemos el retiro, lo depositamos por otro año.
- Al final del segundo año, dos años después del depósito inicial retiramos el dinero.

Analizaremos los resultados de las siguientes acciones: Al cabo del primer año, la suma de interés que nos corresponde recibir es de $100 (5% x 2,000 = 100). Por lo tanto, tendremos en nuestras manos $2,100 (el capital + el interés). Luego del retiro, depositamos por otro año toda la suma, y entonces el capital es ahora

$2,100 y no $2,000 como antes. Al cabo del segundo año la suma de interés que nos corresponde va a ser de 105 (5% x 2,100 = 105), y en total retiraremos $2,205 (2,100 + 105 = 2,205).

Si hubiéramos calculado de acuerdo a la tasa de interés del 10% a dos años, la suma del interés que habríamos calculado sería $200 (10% x 2,000 = 200), y hubiésemos obtenido solo $2,200.

De aquí que en el cálculo según interés compuesto, una tasa de interés nominal del 5% durante dos años significa una suma de interés acumulado de más de 10% en dos años.

De hecho, nosotros no tenemos por qué retirar el depósito al cabo del primer año y depositarlo nuevamente, ya que el banco calcula por nosotros el interés, como si eso fuera lo que realmente hubiésemos hecho. La acción en la cual la suma del interés se agrega al capital y la suma de los dos pasa a ser el nuevo capital, no tiene por qué acontecer precisamente cada año. Esto depende del tipo de depósito. Por ejemplo, si depositamos una suma de dinero como plazo fijo semanal renovable, al cabo de cada semana se va a agregar la suma del interés al capital.

Como ya vimos, el cálculo del interés compuesto es posible por medio de la matemática simple, pero desde el momento que se trata de varias acciones de interés compuesto, la tarea puede resultar larga y agobiadora. Por ejemplo, supongamos que depositamos una suma de dinero en plazo fijo a un año, cuando al fin de cada semana se calcula el interés correspondiente y se lo agrega al capital. Para calcular la suma de dinero que tendremos en nuestra posesión al fin del periodo del depósito (un año) deberemos efectuar 52 acciones de interés compuesto. La cosa es ciertamente posible, pero agobia. Precisamente en esos casos, acudiremos a recibir la ayuda de la calculadora financiera.

Para detallar la duración del período al cabo del cual se realiza la acción del interés compuesto, usaremos la expresión “Período de interés” o “período de capitalización”. Ello a diferencia del “período del depósito” (o “período del préstamo”) que representa a todo el período global. Por ejemplo, en el ejemplo que trajimos en el párrafo anterior, el período del préstamo es un año y el período del interés es una semana; así que en el período del préstamo se incluyen 52 períodos de interés (de capitalización). En todos los ejemplos que se acompañaron en el capítulo anterior, el período del interés es un año.

Cálculos usando la Calculadora

Todos los cálculos que fueron efectuados en el capítulo anterior, se pueden precisamente calcular por medio de las fórmulas matemáticas simples, pero es importante recalcar que la Teoría de las Finanzas no se trata de matemática y fórmulas, sino pura y solamente de una manera de razonar.
Ud. puede ser un excelente financista también sin saber matemáticas, que para eso tiene a la calculadora a su lado. Y como va a poder darse cuenta, Ud. podrá confiar en ella más que en varios matemáticos que tenga a su alrededor.

Existen varios modelos de calculadoras financieras. Además, también el software (utilidad) de hoja de cálculo EXCEL es capaz de realizar cálculos financieros.

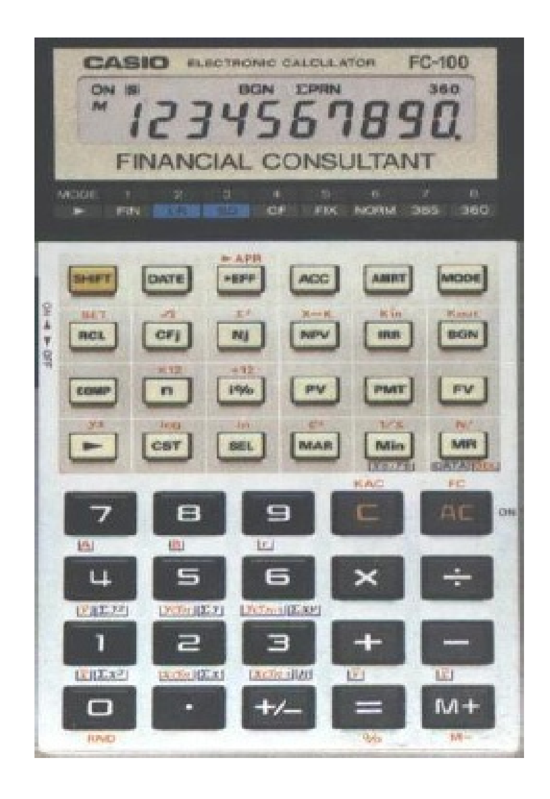
En este libro elegimos describir el uso de uno de los modelos más difundidos de calculadoras financieras. También si Ud. tiene una calculadora distinta, sin duda podrá por medio de lo que describimos a continuación y por medio del manual de uso de su calculadora, salir adelante con los cálculos sin dificultad alguna.
Además destacaremos que nosotros no nos proponemos describir todos los usos posibles de la calculadora, sino tan sólo aquellos que son relevantes con respecto a los cálculos que se exigen en este libro.

La Calculadora Financiera CASIO FC-100

En esta calculadora podremos realizar todos los cálculos que fueron requeridos en el libro hasta ahora: valor actual de un ingreso único o pago único, valor futuro de un ingreso único (o pago único), valor actual de un flujo de ingresos o flujo de pagos, valor futuro de un flujo de ingresos o flujo de pagos. Presentamos aquí unos cuantos principios esenciales para el uso de la calculadora:

- Todo ingreso -todo movimiento o transferencia de dinero hacia Ud. bien sea a su cuenta corriente o a su bolsillo es representado en la calculadora por medio de un número positivo de la dimensión del ingreso (por ejemplo: el número 2,000 representa un ingreso de $2,000 o cualquier otra moneda).
- Todo pago (todo movimiento o transferencia de dinero desde su cuenta corriente o desde su bolsillo) es representado en la calculadora por un número negativo de la dimensión del pago (por ejemplo: el número -2,000 representa un pago de $2,000 o cualquier otra moneda).
- Luego de cada encendido de la calculadora se debe asegurar que ésta se encuentre en modalidad de cálculo financiero. Para llegar a este estado se debe presionar la tecla MODE e inmediatamente después la tecla del número 1. Preste atención: si en la pantalla aparece uno de los siguientes pares de letras - SD o LR o CF, eso significa que la calculadora no está en modo de cálculo financiero y los cálculos pueden no ser correctos
- Antes de cualquier cálculo de valor actual o futuro se debe limpiar (o vaciar) la memoria de la calculadora de datos anteriores para que no influyan sobre los cálculos que Ud. está interesado en realizar. La limpieza de la memoria se efectúa por medio de la presión sobre la tecla SHIFT e inmediatamente después sobre la tecla AC.
- Cuando se presiona solamente la tecla AC, ésta limpia la pantalla pero no la memoria.

Las teclas que vamos a utilizar, aparte de las teclas que señalamos anteriormente, son: las teclas numéricas, todas las teclas que se encuentran en la tercera línea desde la parte superior de la calculadora: COMP, n, i%, PV, PMT, FV, y la tecla BGN, en el extremo derecho de la segunda línea de funciones.



Las funciones de cada una de las teclas relevantes para nosotros son:

COMP representa la instrucción a la calculadora “Calcule” (**COMP**ute).

n representa el número de períodos de interés (number). Nota: En este libro, como se ha dicho, cada período de interés es siempre un año, y así n representa el número de años.

i% representa la tasa de interés (interest).

PV representa el Valor Actual (Present Value).

PMT representa Ingreso o Pago (**P**ay**M**en**T**).

FV representa el Valor Futuro (Future Value).

BGN – va a ser explicado más adelante.

Nota: El valor actual y/o valor futuro de una suma de dinero determinada no depende de si se trata de un ingreso o un pago. Por lo tanto, para la comodidad de los cálculos, vamos a ignorar los signos + y -, tanto en la etapa de tecleado de los datos como en la etapa de recepción de los resultados del cálculo. No obstante, destacaremos que en otras funciones de la calculadora, que no vamos a enseñar aquí, los signos + y – tienen importancia más grande.

Asimismo, señalaremos que todos los resultados de los cálculos que aparecen en el libro han sido redondeados a la suma más cercana al resultado.

Observemos el ejemplo que aparece en la introducción.

Se le propone recibir una suma de dinero en uno de tres cursos de acción alternativos

1. $2,000 ahora.
2. $2,020 dentro de un año.
3. $2,040 dentro de dos años.

Debemos calcular el valor futuro al cabo de dos años de cada una de esas alternativas cuando la tasa de interés es de 5% anual.

¿Cómo calcularemos el valor futuro al cabo de dos años de $2,000 hoy? (Para recordarle, ya calculamos esto por el método del interés sin calculadora al principio del capítulo y obtuvimos $2,205 como resultado).

Explicación Detallada	Abreviación
1) Primero limpie la memoria presionando las teclas SHIFT y AC.	SHIFT, y sólo luego presionar AC.
2) Dado que el dinero se encuentra en el banco durante dos períodos de interés (dos años), presione la tecla 2 y guarde esa entrada en la memoria del número de períodos de interés, por medio de la presión de la tecla n.	Presionar 2, y luego presionar n.
3) Dado que la tasa de interés es 5% presione sobre la tecla 5 y guarde esa entrada en la memoria de la tasa de interés, presionando la tecla i%.	Presionar 5, y entonces presionar i%.
4) Se sabe que el valor de hoy (¡el valor actual!) es 2.000. Por lo	Teclear 2000, y

tanto, presione 2000 (por medio de las teclas numéricas). Guarde esa entrada del valor actual en la memoria, presionando la tecla AV.	entonces presionar PV.
5) Ahora ordene a la calculadora que calcule para Ud. el valor futuro por medio de la presión de la tecla COMP, e inmediatamente la tecla FV.	Presionar COMP, y entonces presionar FV.

El resultado que se obtiene inmediatamente: 2205 (ignoramos el menos).

Las acciones 2, 3 y 4 no tienen por qué ser realizadas en ese orden, sino que se puede realizarlas en cualquier orden.

De manera parecida, calcule el valor futuro al cabo de dos años de 2.020 que serán depositados dentro de un año. En este caso, el dinero estará depositado durante un año, es decir durante un solo período de interés (o capitalización).

Sigue la descripción abreviada del cálculo:

1) SHIFT y entonces AC.
2) 1 y entonces n.
3) 5 y entonces i%.
4) 2020 y entonces PV.
5) COMP y entonces FV.

El resultado obtenido será 2121.

No hay necesidad de calcular la alternativa (3), recepción de $2,040 dentro de 2 años. El valor futuro dentro de 2 años es la suma misma, $2,040.

De los cálculos que realizamos preferiremos la alternativa (1), que tiene el valor futuro más alto.

Cuando los padres de Miguel le prometieron entregarle la suma de $20,000 dentro de 3 años, ellos calcularon el Valor Actual de esa suma para saber cuánto depositar hoy (pág. 28). La tasa de interés por período (año) es del 8%.

1) SHIFT y entonces AC.
2) 3 y entonces n.

3) 8 y entonces i%.

4) 4) 20000 y entonces FV.

5) 5) COMP y entonces PV

La respuesta que se obtiene (redondeada al entero más verano) es 15,877.

En la página 34 se requiere calcular el valor actual de $1,000 que se recibirán al cabo de 3 años para 3 tasas de interés diferentes: 10%, 20%, 30%. En este caso supondremos que: dentro de 3 años debemos recibir de un pariente $1,000. Queremos tomar hoy un préstamo a 3 años, y estamos interesados en que los $1,000 que recibiremos dentro de 3 años nos sirvan para el completo retorno del préstamo. ¿Qué suma podremos solicitar prestado del banco?

Si la tasa de interés anual es 10%:

1) SHIFT y entonces AC.
2) 3 y entonces n.
3) 10 y entonces i%.
4) 1000 y entonces FV.
5) CPMP y entonces PV.

La respuesta recibida es 751.

Si la tasa de interés anual es 20%:

2) SHIFT y entonces AC.
3) 3 y entonces n.
4) 20 y entonces i%.
5) 1000 y entonces FV.
6) CPMP y entonces PV.

La respuesta recibida es 579.

Si la tasa de interés anual es del 30%:

1) SHIFT y entonces AC.
2) 3 y entonces n.
3) 30 y entonces i%.
4) 1000 y entonces FV.
5) CPMP y entonces PV.

La respuesta recibida es 455.

En la página 36 debemos decidir si recibir del tío rico $100,000 hoy o $140,000 al cabo de 3 años. Esto se puede realizar tanto por medio del cálculo del valor actual de $140,000 que recibiremos dentro de 3 años, como por medio del cálculo del valor futuro al cabo de 3 años de $100,000que recibiremos hoy. Realizaremos dos veces esos dos cálculos: una vez para una tasa de interés anual de 10% (el caso de El Ahorrador, y otra vez para la tasa de interés anual del 20% (el caso de El Deudor).

Calculemos el valor presente de $140,000 que recibiremos dentro de 3 años, cuando la tasa de interés anual es de 10%.

1) SHIFT y entonces AC.
2) 3 y entonces n.
3) 10 y entonces i%.
4) 140000 y entonces FV.
5) COMP y entonces PV.

La respuesta que se recibió es 105,184.

Calcularemos el valor futuro dentro de 3 años de 100,000 que recibiremos hoy, cuando la tasa de interés anual es del 10%:

1) SHIFT y entonces AC.
2) 3 y entonces n.
3) 10 y entonces i%.
4) 100000 y entonces PV.
5) COMP y entonces FV.

La respuesta que se recibió es 133,100.

Calculemos el valor presente de 140,000 que recibiremos dentro de 3 años, cuando la tasa de interés anual es de 20%.

1) SHIFT y entonces AC.
2) 3 y entonces n.
3) 20 y entonces i%.
4) 140000 y entonces FV.
5) COMP y entonces PV.

La respuesta que se recibió es 81,019.

Calcularemos el valor futuro al cabo de 3 años de $100,000 que recibiremos hoy, cuando la tasa de interés es del 20% anual.

1) SHIFT y entonces AC.

2) 3 y entonces n.

3) 20 y entonces i%.

4) 100000 y entonces PV.

5) COMP y entonces FV.

La respuesta que se recibió es 172,800.

Para calcular el valor actual de un flujo de ingresos, debemos sumar los valores actuales de todos y cada uno de los ingresos. Veamos el ejemplo de la pág. 39: A fin de cada año, durante 3 años, recibiremos 1.000 (3 ingresos en total), y la tasa de interés es del 8% anual. Dejamos al lector el ejercicio de calcular el VA de cada ingreso (los datos de todos los ingresos serán idénticos, excepto n). Aquí expondremos la metodología abreviada para calcular el Valor Actual de un flujo de ingresos.

1) SHIFT y entonces AC.

2) 3 y entonces n.

3) 8 y entonces i%.

4) 1000 y entonces PMT (la presión de la tecla PMT instruye a la calculadora para que considere la suma de 1000 como ingreso que se recibe al final de cada período).

5) COMP y entonces PV.

La respuesta que se recibió es 2,577.

En la Pág. 50: Nosotros vamos a recibir 1.000 hoy, $1,000 dentro de un año y $1,000 dentro de dos años. En la misma fecha en la que recibimos cualquier suma, la depositamos en el banco. Podremos recibir la suma que se acumule en el depósito a plazo fijo junto con el interés, al cabo de 3 años a partir de hoy (un año después de depositar los últimos $1,000). Calcularemos el valor futuro al cabo de 3 años (al fin del período) de ese flujo de ingresos que recibimos del tío rico ($1,000 al comienzo de cada año, en la forma de 3 ingresos en total).

Dado que la tecla PMT se refiere al ingreso como si se recibiese al fin de cada año, y en este caso el ingreso se recibe al comienzo de cada año, debemos presionar la tecla BGN antes de cualquier cálculo (al presionar esa tecla aparecerá en la pantalla la sigla BGN). Esta tecla causa que la calculadora se refiera a los ingresos como ingresos que se reciben al comienzo de cada período de interés. La tasa de interés anual es del 10%.

1) SHIFT y entonces AC.

2) BGN.

3) 3 y entonces n.

4) 10 y entonces i%.

5) 1000 y entonces PMT (cuando la calculadora está en modo BGN, la presión de la tecla PMT instruye a la calculadora para que considere la suma de $1,000 como ingreso que se recibe al comienzo de cada período).

6) COMP y entonces FV.

La respuesta que se obtiene es 3,641.

7) BGN (al finalizar el cálculo se debe presionar al BGN nuevamente, para devolver la calculadora al modo normal).

Para decidir con respecto a la elección entre los dos proyectos detallados en la pág. 43, calcularemos para cada proyecto el valor actual del flujo de ingresos derivado del proyecto y lo compararemos con la inversión.

En el primer proyecto se recibe un flujo de ingresos de 300,000 por año durante 3 años, cuando la tasa de interés anual es del 15%.

1) SHIFT y entonces AC.

2) 3 y entonces n.

3) 15 y entonces i%.

4) 300.000 y entonces PMT.

5) COMP y entonces PV.

La respuesta que se obtiene es 684,968.

Dado que la inversión es de 600.000, el valor actual neto del proyecto es de 84,968.

En el segundo proyecto se recibe un flujo de ingresos de $200,000 por año durante 25 años, y la tasa de interés anual es del 15%.

1) SHIFT y entonces AC.

2) 25 y entonces n.

3) 15 y entonces i%.

4) 200,000 y entonces PMT.

5) COMP y entonces PV.

La respuesta que se obtiene es 1,292,830.

Dado que la inversión es de 1,200,000, el valor actual neto del proyecto es de 92,830.

Para el cálculo del precio de debentures según el cual Ud. va a recibir $1,000 al cabo de un año cuando la tasa de interés es del 10% anual, Ud. debe efectuar las siguientes acciones:

1) SHIFT y entonces AC.

2) 1 y entonces n.

3) 10 y entonces i%.

4) 1.000 y entonces FV.

5) COMP y entonces PV.

La respuesta que se obtiene es 909.

La tasa de interés es del 8% anual:

1) SHIFT y entonces AC.
2) 1 y entonces n.
3) 8 y entonces i%.
4) 1.000 y entonces FV.
5) COMP y entonces PV.

Y el resultado que se obtiene es 926.

Ejercicios de Cálculo – El Capital y el Interés:

1. Verdadero.
2. Verdadero.
3. Falso.
4. Verdadero.
5. Verdadero.
6. Verdadero.
7. Verdadero.
8. Verdadero.
9. Falso.
10. Verdadero.
11. Verdadero.
12. Falso.
13. Verdadero.
14. Falso.
15. Verdadero.
16. Verdadero.
17. Verdadero.

Pregunta 1

A. $1,286.

B. $1,486.

C. 14.86%.

D. Mayor que 14.86%.

Pregunta 2

A. 4% trimestralmente.

B. 1% mensualmente.

C. 5% bianualmente.

D. 0.5% semanalmente.

Pregunta 3
½ año – $600; 1 año – $1,200, 2 años – $2,400; 3 años – $3,600.

Pregunta 4
1. (ítems a hasta d) El capital se actualiza al cabo de medio año – $10,600. El interés sobre este capital – $636.

   En total: $11,236.
2. Los capitales actualizados: Trimestre 1 – $10,300; trimestre 2 – $10,609; Trimestre 3 – $10,927; trimestre 4 – $11,255.

Pregunta sobre el Índice
1. Verdadero.
2. Falso.
3. Verdadero.
4. Verdadero.

Pregunta 5
1. A) Verdadero.

   B) Falso, 5%.

   C) Verdadero.
2. Verdadero.
3. Falso.
4. Verdadero.
5. Verdadero.

Pregunta de la Comparación de Préstamos
A, B, A, B.

Pregunta 6
1. $1,000.
2. $1,000.
3. $1,025.
4. $1,500.

5. $800
6. $1,000.

Pregunta 7
Verdadero.

Ejercicios de Calculo – Términos

1. Verdadero.
2. Falso.
3. Verdadero.
4. Verdadero.
5. Falso.
6. Falso.
7. Verdadero.
8. Falso.
9. Verdadero.
10. a. 5 grupos
    b. 3 – 20%; 4 – 20%; 5 - 30%; 6 – 20%; 7 – 10%
    c. No.
    d. 4.8.
    e. No.
    f. 1.249.
11. Verdadero.
12. Falso.
13. Falso.
14. Verdadero.
15. Falso.
16. Verdadero.

Ejercicios de Calculo – La Canasta de Acciones

1. Verdadero.
2. Verdadero.
3. Falso.
4. Falso.
5. Falso.
6. Verdadero.
7. Verdadero.
8. Falso.
9. Verdadero.
10. Verdadero.
11. Verdadero.
12. Falso.
13. Falso.

Table of Contents